INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CAMILLA XAVIER SOUSA

UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

JATAÍ
2023

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[x] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Produto Técnico e Educacional - Tipo:
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento

Nome Completo do Autor: Camilla Xavier Sousa
Matrícula: 20211020280022
Título do Trabalho: Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental.

Autorização - Marque uma das opções

1. (x) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ( ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/_____ (Embargo);
3. ( ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

( ) O documento está sujeito a registro de patente.
( ) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
( ) Outra justificativa: ____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí- GO, 27/02/2024.

gov.br Documento assinado digitalmente
CAMILLA XAVIER SOUSA
Data: 27/02/2024 22:21:05-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

CAMILLA XAVIER SOUSA

UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre(a) em Educação para Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Fundamentos, metodologias e recursos para Educação para Ciências e Matemática

Sublinha de pesquisa: Educação Matemática

Orientador: Doutor Nilton Cezar Ferreira.

JATAÍ

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Sousa, Camilla Xavier.
Uma proposta de ensino sobre resolução de problemas com alunos do Ensino Fundamental [manuscrito] / Camilla Xavier Sousa. - 2023.
189 f.; il.

Orientador: Prof. Dr. Doutor Nilton Cezar Ferreira.
Dissertação (Mestrado) – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2023.
Bibliografias.
Apêndices.

1. Heurísticas de Resolução de Problemas. 2. Matemática. 3. Ensino e Aprendizagem. 4. Intervenção Pedagógica. 5. Prática de Ensino. I. Ferreira, Nilton Cezar. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Téc.: Aquisição e Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Rosy Cristina Oliveira Barbosa – CRB 1/2380 – Câmpus Jataí. Cód. F023/2024-1.

CAMILLA XAVIER SOUSA

UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação para Ciências e Matemática, defendida e aprovada, em 15 de dezembro de 2023, pela banca examinadora constituida por: **Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira -** Presidente da banca/Orientador - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás **-** IFG; **Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel -** Membro interno - Universidade Federal de Jataí – UFJ, e **Prof. Dr. Marcio Pironel -** Membro externo - Instituto Federal de São Paulo – IFSP. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê da aluna.

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira
Presidente da Banca (Orientador - IFG)

(assinado eletronicamente)
Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel
Membro interno (UFJ)

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Marcio Pironel
Membro Externo (IFSP)

Dedico este trabalho a Deus, à minha família e amigos(as). Vocês foram essenciais nesta caminhada. Dedico também a mim mesma, pelo esforço e perseverança, e a toda representatividade feminina na pesquisa e na ciência.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pela minha vida, e por me permitir ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo da realização desta pesquisa. Aos meus pais Maria Luiza Xavier Sousa e David Pereira de Sousa, a minha avó Maria Joana Xavier e a minha tia Shirley Xavier, que me incentivaram e apoiaram nos momentos difíceis e compreenderam a minha ausência enquanto eu me dedicava à realização desta pesquisa.

Ao meu irmão Murillo Xavier Sousa, que nunca mediu esforços para me apoiar e incentivar durante todo o período do mestrado, você foi um apoiador incansável. Mesmo nos momentos mais difíceis, você esteve ao meu lado, me dando forças e coragem para seguir em frente.

Ao Professor Dr. Nilton Cezar Ferreira, por ter sido meu orientador e ter desempenhado tal função com dedicação e amizade. Gostaria de expressar minha profunda gratidão, professor, por todo o apoio, orientação e paciência que você demonstrou ao longo do meu mestrado e da pesquisa. Sua dedicação e comprometimento foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e pessoal. Além disso, quero reconhecer a paciência que você teve comigo ao longo do processo, me tratando com respeito e compreensão. A todos os professores e ao coordenador do Instituto Federal de Goiás – Campus Jataí, pelos ensinamentos que me permitiram apresentar um melhor desempenho no meu processo de formação profissional ao longo do mestrado.

A todos os colegas da minha turma, fazendo com que criássemos um ambiente amistoso no qual convivemos e solidificamos os nossos conhecimentos. Em especial a Mislene e Leon, o que aprendi com vocês vai além dos livros e das aulas do mestrado, é uma lição sobre a força da colaboração, do apoio mútuo e da amizade. Obrigada por serem colegas incríveis e por tornarem essa jornada de mestrado inesquecível.

Aos meus verdadeiros amigos(as), que sempre estiveram ao meu lado, pela amizade incondicional e pelo apoio demonstrado ao longo de todo o período de tempo em que me dediquei a esta pesquisa. Aos membros da minha banca examinadora de qualificação e defesa, Prof. Dr. Márcio Pironel e Profª. Dra. Viviane Barros Maciel, por terem aceitado o convite, pela dedicação a excelência acadêmica e por contribuírem para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Por fim, a todos que participaram, direta ou indiretamente do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo o meu processo de aprendizado.

"Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino."

Paulo Freire

RESUMO

Este trabalho apresenta o resultado de uma pesquisa de mestrado que teve por objetivo desenvolver a capacidade dos estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental para resolver problemas de Matemática. Para alcançar esse objetivo, foi feito, primeiramente, um levantamento das principais estratégias de resolução de problemas de Matemática, apontadas por especialistas na área, como Posamentier, Krulik, Stancanelli, Engel, entre outros; e, depois, uma investigação sobre como os estudantes encaram o processo de resolução de problemas de matemática, suas atitudes, anseios e dificuldades. A partir do entendimento das estratégias e da relação dos estudantes com a resolução de problemas, buscou-se por meio de uma intervenção pedagógica, fazer emergir, nos estudantes, heurísticas de Resolução de Problemas de Matemática. Essa intervenção pedagógica fez uso de uma sequência didática fundamentada em uma metodologia que considerou as Estratégias de Resolução de Problemas, em 13 encontros de 50 minutos, em uma turma com 27 (vinte e sete) estudantes do Ensino Fundamental. Por fim, foi feita uma avaliação de aprendizagem, desses estudantes, no processo de Resolução de Problemas, antes e depois da intervenção pedagógica. Como resultado essa sequência didática se configurou em um produto educacional, para auxiliar professores em suas práticas de ensino, considerando o desenvolvimento cognitivo e de habilidades dos estudantes ao resolverem problemas de matemática.

Palavras-chave: Heurísticas de Resolução de Problemas; Matemática; Ensino e Aprendizagem; Intervenção Pedagógica; Prática de Ensino.

ABSTRACT

This paper presents the results of a master's research project aimed at developing the ability of 9th grade students to solve math problems. In order to achieve this goal, we first surveyed the main strategies for solving math problems, as pointed out by experts in the field such as Posamentier, Krulik, Stancanelli, Engel, among others; and then we investigated how students view the process of solving math problems, their attitudes, desires and difficulties. Based on an understanding of the students' strategies and relationship with problem-solving, the aim was to use a pedagogical intervention to bring out math problem-solving heuristics in the students. This pedagogical intervention made use of a didactic sequence based on a methodology that considered Problem Solving Strategies, in 13 50-minute meetings, in a class with 27 (twenty-seven) elementary school students. Finally, an assessment was made of these students' learning in the Problem Solving process, before and after the pedagogical intervention. As a result, this didactic sequence has become an educational product to help teachers in their teaching practices, considering the cognitive development and skills of students when solving math problems.

Keywords: Problem Solving Heuristics; Mathematics; Teaching and Learning; Pedagogical Intervention; Teaching Practice.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OBMEP	Olímpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 A trajetória acadêmica da pesquisadora

Em julho de 1993, nasci em Brasília - DF e desde então resido na cidade de Formosa - GO. Nessa cidade, que fica no entorno de Brasília/DF, construí minha trajetória de formação discente e docente. Comecei a frequentar a Educação Infantil no ano de 1997, sempre me dediquei com empenho nas atividades escolares propostas pelas professoras, considero-me curiosa, ativa, participativa. Também participo de atividades voltadas à prática religiosa, que as mantenho atualmente.

Durante o período da Educação Básica, eu participava das feiras de Ciências, desenvolvidas por meio de projetos educacionais escolares, com aulas práticas ministradas no Laboratório de Ensino que envolviam, especificamente, a disciplina de Química. Além disso, participava também das competições de vôlei e outras atividades de ensino teórico-práticas.

Nos anos finais do Ensino Médio, como acontece com a maioria dos estudantes nesse estágio, encontrei-me diante da situação de ter que optar por qual curso superior escolher. Considerando as opções que tínhamos na ocasião, não hesitei em escolher a Licenciatura em Matemática. Isso ocorreu por ter sido estimulada durante minha formação discente por dois professores que considero terem sido meus maiores e melhores exemplos de atuação docente. Eles, sem sombra de dúvida, me mostraram com carinho, competência e habilidade que a Matemática está presente no nosso cotidiano, que a vivenciamos constantemente em nossa rotina diária e que, consequentemente, ela ajuda a desenvolver o raciocínio lógico, auxilia-nos em processos organizacionais e financeiros de nossas vidas e que podemos aplicá-la em diferentes situações, em diversos contextos.

Minha escolha acadêmica pautou-se no desejo de trabalhar na área da Educação, pois eu já demonstrava gosto pela docência e facilidades na aprendizagem da Matemática. No final de 2010, ano de conclusão do meu Ensino Médio, prestei o vestibular e fui aprovada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática, ofertado pela Universidade Estadual de Goiás (UEG) no Câmpus Formosa-GO e ingressei em nessa Universidade no período 2011/1 e concluí o curso no final de 2014.

Considero que minha escolha em permanecer na docência, foi reforçada, dentre outras coisas, pelas práticas desenvolvidas nas disciplinas dos Estágios Supervisionados do curso. Nessa fase, pude vivenciar a teoria na prática, ou seja, relacionar os conteúdos aprendidos na sala de aula com a prática docente. Nessa fase de crescimento pessoal, acadêmico e profissional, busquei aperfeiçoar-me e tomar decisões frente à complexidade deste processo. Posteriormente, quando eu já atuava como professora de Educação Básica, decidi dar continuidade a minha formação docente me capacitando com cursos de especialização na área da Educação e Matemática e objetivando também uma vaga em um curso de mestrado.

Concomitante ao período de ingresso na licenciatura, atuei como professora monitora de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, em uma instituição de ensino privada. Essa experiência docente, que sempre foi pautada de empenho e dedicação, propiciou posteriormente a vaga de emprego em forma de contrato nessa mesma instituição, na qual atuo até o presente momento, perfazendo, assim, 10 anos de experiência docente na Educação Básica, como professora de Matemática.

Em 2018 iniciei duas especializações lato-sensu que foram finalizadas em 2020. Uma em "Docência na Educação Profissional, Técnica e Tecnológica" pelo Instituto Federal de Goiás/IFG no Câmpus Formosa - GO, na qual produzi o Trabalho de Conclusão de Curso: "Panorama Contemporâneo da oferta de Educação de Jovens e Adultos em Formosa-GO". A outra, intitulada "Ensino de Matemática no Ensino Médio", ofertada pela Universidade Estadual do Ceará/UECE - Câmpus Russas - CE, na qual produzi o Trabalho de Conclusão do Curso: "Comparação de diferentes métodos para o apoio ao processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática nas escolas de Período Integral (CEPI): Um estudo de caso na cidade de Formosa-GO".

A primeira especialização, mencionado no parágrafo anterior, me auxiliou a repensar sobre a importância da melhoria da qualidade do trabalho docente e da qualificação profissional e tecnológica, considerando toda a evolução das TICs existentes. A outra contribuiu para minha efetiva mudança na dinâmica da sala de aula, na perspectiva de que a construção e aquisição do conhecimento podem ser garantidos por meio de um processo de ensino e aprendizagem participativo e significativo, assegurando aos discentes da Educação Básica o direito de aprender Matemática com o auxílio da tecnologia.

Durante minhas formações e trajetória docente, sempre percebi a necessidade de alinhar a Matemática com métodos que despertassem nos estudantes a curiosidade, a criatividade, a comunicação, o raciocínio lógico, a organização e a flexibilidade cognitiva. É crucial abordar a resolução de problemas, visto que a Matemática, dentre outras coisas, pode ser vista como uma linguagem semiótica que se entrelaça com diversas disciplinas.

Assim, durante os dois anos e meio de formação do Mestrado Profissional (MP), ainda em processo de formação, pude colocar em prática atividades que posteriormente compuseram meu produto educacional que será anexado, aqui, no Apêndice A. Vale ressaltar também que as disciplinas ministradas nesse curso desempenharam um papel fundamental, proporcionando uma base sólida para minha pesquisa. As valiosas reuniões com o orientador foram cruciais para a definição do projeto, orientações metodológicas e refinamento das ideias. Ainda, as contribuições dos professores que compuseram a banca de defesa de projeto e de qualificação foram cruciais para a qualidade desse trabalho. Essas colaborações resultaram na elaboração desta dissertação final, que se tornou o amalgama de todo esse processo de formação em nível de mestrado, refletindo não apenas minha jornada acadêmica, mas também contribuindo para o avanço do conhecimento na área de ensino da Matemática

1.2 A pesquisa e seus desdobramentos

O processo de Ensino Aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental enfrenta desafios significativos que afetam tanto estudantes quanto educadores. A dificuldade apresentada por muitos estudantes em compreender e aplicar conceitos matemáticos, bem como a desmotivação para a disciplina, é uma problemática que merece atenção especial. E, como professora de Educação Básica há mais de 10 anos, tenho vivenciado essa problemática e percebido que seu cerne reside na alta taxa de insucesso do ensino de matemática, tantas vezes proclamada pelos professores que atuam nessa área, em reuniões oficiais ou em conversas informais.

Muitas vezes, o ensino, focado em memorização de fórmulas e resolução de exercícios mecânicos, não atendem às diferentes formas de aprendizado dos estudantes. Além disso, a Matemática é percebida como uma disciplina abstrata e distante da realidade dos alunos, o que diminui ainda mais a motivação deles. Diante disso, acreditamos serem necessárias pesquisas que busquem compreender as causas subjacentes a esses desafios e identificar estratégias inovadores e eficazes para o ensino da matemática na Educação Básica.

Diante do exposto, esta pesquisa se justifica pela importância da Matemática como disciplina fundamental para o desenvolvimento acadêmico e profissional dos alunos, além da promoção de uma educação mais eficaz, capaz de promover a formação de cidadãos críticos com condições de enfrentar os desafios na sociedade contemporânea. E pela necessidade de propostas e implantação de práticas de ensino mais eficientes, como um caminho promissor para enfrentar essa questão.

A Resolução de Problemas, como afirma diversos pesquisadores, Onuchic e Allevato (2014), Jinfa Cai (2016), Kilpatrick (1996), Schoenfeld (1985), Lester, dentre outros, e documentos oficiais como os PCN e a BNCC, constitui uma proposta promissora para elaboração de práticas de ensino eficientes, diante das demandas levantadas, com base nos desafios mencionados.

> Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula (BRASIL, 1998, p. 34).

Isso reforça a importância da disciplina de Matemática ao priorizar a resolução de problemas e a construção de estratégias, indicando que tais elementos não apenas contribuem para um ensino eficaz, mas também para um aprendizado mais significativo dessa disciplina em sala de aula.

Ao considerar a educação no contexto contemporâneo, pode-se observar que a resolução de problemas tem sido objeto de estudos e discussões em diferentes contextos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018, documento que foi elaborado por especialistas de todas as áreas do conhecimento, é um documento completo e contemporâneo que corresponde às demandas do estudante desta época, preparando-o para o futuro (BRASIL, 2018). A BNCC enfatiza a relevância da Resolução de Problemas entre as habilidades propostas para a Educação Básica, ressaltando que "a resolução de problemas pode exigir processos cognitivos diferentes. Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita" (BRASIL, 2018, 535). E ainda, fica explícito na BNCC que:

> Há outras situações nas quais, embora essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes deverão fazer algumas adaptações antes de aplicar o conceito que foi explicitado, exigindo, portanto, maior grau de interpretação. Há, ainda, problemas cujas tarefas não estão explícitas e para as quais os estudantes deverão mobilizar seus conhecimentos e habilidades a fim de identificar conceitos e conceber um processo de resolução. Em alguns desses problemas, os estudantes precisam identificar ou construir um modelo para que possam gerar respostas adequadas (BRASIL, 2018, 535).

Logo, compreende-se que este processo pode envolver e analisar fundamentos e propriedades partindo de exemplos de problemas e/ou modelos existentes. Apesar das críticas dirigidas à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) por parte de diversos professores e pesquisadores, Passos e Nacarato (2018), ela aborda de maneira significativa os aspectos destacados.

Diante disso, esta pesquisa tem por objetivo **desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental para resolver problemas de Matemática.** A escolha deste colégio foi realizada por ser campo de atuação profissional da pesquisadora e devido às reflexões enquanto docente no que se refere às crises do ensino público e diante das dificuldades de se utilizar campo fértil investigativo. Esta pesquisa abordou a habilidade do aluno em resolver problemas, mas de uma forma mais abrangente do que está comumente definido. Não nos atendo estritamente às concepções já estabelecidas, tampouco às perspectivas contidas em teorias matemáticas, como aquelas presentes na BNCC, por exemplo.

Nota-se que muito se tem discutido, em ambientes educacionais de Educação Básica e em cursos de formação inicial e continuada de professores, sobre a necessidade de se compreender os processos formativos e cognitivos dos estudantes quanto à Resolução de Problemas de Matemática. E, para assegurar a escolha deste objeto de estudo, partimos da **problematização de que**: *A dificuldade que os estudantes de Educação Básica têm em resolver problemas de Matemática está interligada à falta de conhecimento de métodos, técnicas e processos de Resolução de Problemas.*

Este questionamento justifica a necessidade de um trabalho efetivo voltado para o desenvolvimento das habilidades dos estudantes para resolver problemas, que possivelmente poderá trazer melhorias em todas as questões relacionadas a essa situação-problema.

Utilizou-se como embasamento teórico os trabalhos de Dante (2009), Polya (2006), Posamentier e Krulik (2015), Stancanelli (2001), Engel (1998) e Larson (1983), quanto à Resolução de Problemas. Esses autores apresentam alguns conceitos e definições sobre problemas e Resolução de Problemas, e também orientações em como trabalhar com uma proposta de Resolução de Problemas, com foco voltado ao desenvolvimento cognitivo do estudante.

Como aborda Dante (2009, p. 09), “[...] é necessário enfatizar mais a compreensão, o envolvimento do aluno e aprendizagem por descoberta. Ambos, compreendendo a descoberta, exigem mais pensamento. E mais pensamento implica maior uso de atividades de resolução de problemas”. O autor ainda afirma, considerando a década de 1980, que “os educadores matemáticos têm estudado a formulação e a resolução de problemas devido à sua grande importância na aprendizagem e no ensino da matemática” (DANTE, 2009, p. 09).

Diante dessas reflexões, enfatiza-se que esta pesquisa partiu de seu objetivo geral: “Desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática”, que desencadeou mais quatro objetivos específicos:

1. Fazer um levantamento das principais estratégias para resolver problemas de matemática, apontadas por especialistas nessa área.

2. Entender como os estudantes encaram o processo de resolução de problemas de matemática: suas atitudes, anseios e dificuldades.

3. Fazer emergir, nos estudantes, heurísticas de Resolução de Problemas de Matemática;

4. Avaliar a aprendizagem dos estudantes no processo de Resolução de Problemas, antes e depois da intervenção da Professora-Pesquisadora, feita por meio de um trabalho sobre o uso de Estratégias de Resolução de Problemas.

Anteriormente, emergiu uma indagação que nos inquietou, apontada como questão síntese, que demandou saber: **Como desenvolver as habilidades dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental para resolver problemas de Matemática?** Partindo dessa indagação, fomentou-se os objetivos citados e, para facilitar os caminhos trilhados nesta pesquisa, achou-se adequado configurar todos esses objetivos na perspectiva das seguintes questões norteadoras:

1. O que os principais teóricos da Resolução de Problemas têm apresentado como propostas de desenvolvimento das habilidades dos estudantes para resolver problemas de Matemática?

2. Como os estudantes reagem durante a proposição e a Resolução de Problemas de Matemática?

3. Como fazer emergir nos estudantes as Heurísticas Modernas, durante o processo de Resolução de Problemas de Matemática?

4. Como avaliar o desenvolvimento dos estudantes durante a Resolução de Problemas de Matemática?

É válido salientar ainda que, no delineamento desta pesquisa, a abordagem foi em uma perspectiva de um estudo teórico, ancorado em uma abordagem qualitativa.

Como resultado esperado nesta investigação, almejou-se produzir um produto educacional, materializado em uma sequência didática, para auxiliar outros professores em suas práticas de ensino que consideram o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e suas habilidades em resolver problemas de Matemática. Além disso, espera-se também que esta pesquisa sirva de embasamento para outras pesquisas, em especial aquelas voltadas para estudos e reflexões quanto à realidade do processo de aprendizagem dos estudantes, considerando o chão da sala de aula.

Em relação à estrutura desta pesquisa, no primeiro capítulo temos a presente Introdução, onde a pesquisadora realiza uma apresentação abrangente de sua trajetória acadêmica. Em seguida, explora a pesquisa e seu desdobramento, incluindo a justificativa, as motivações, os objetivos gerais e específicos, e as questões norteadoras. Ao abordar ideias gerais, destaca a necessidade da criação e aplicação de um plano de ensino, além de fornecer uma visão sobre a organização do texto.

No segundo capítulo, intitulado “Problemas e Resolução de Problemas”, nosso objetivo é situar o leitor nas concepções, perspectivas e abordagens relacionadas aos problemas, trazendo informações sobre problemas matemáticos e não matemáticos dentro do contexto didático-pedagógico. Além disso, analisamos a resolução de problemas no contexto didático pedagógico explorando o Ensinar **sobre** Resolução de Problemas, Ensinar **para** Resolver Problemas e Ensinar **através** da Resolução de Problemas.

No Capítulo 3, apresentamos uma discussão que aborda especificamente um ensino sobre Resolução de Problemas, fundamentado em processos capazes de desenvolver as habilidades dos alunos para resolver problemas. Além disso, exploramos estratégias propostas por alguns teóricos, destacando principalmente as contribuições de Posamentier e Krulik (2015).

No Capítulo 4 No Capítulo 4, apresentamos a metodologia de pesquisa, configurando-a como uma intervenção pedagógica.

No capítulo 5, apresentamos uma proposta de trabalho focada sobre a Resolução de Problemas em sala de aula, por meio de um Projeto de Ensino. Para isso, criamos e utilizamos problemas de Matemática diretamente do material didático dos estudantes, sugerindo a aplicação desses problemas ao longo de 13 encontros, cada uma com duração de 50 minutos.

No Capítulo 6, delineamos nosso plano de ensino e detalhamos a implementação de cada etapa em sala de aula. Ao descrever a execução do plano, oferecemos uma análise minuciosa de cada encontro, destacando as inter-relações no processo. Durante essa exposição, apresentamos uma análise criteriosa das evidências coletadas na investigação, buscando estabelecer conexões com as perspectivas de pesquisadores do referencial teórico. Posicionamo-nos em relação a essa interação, contribuindo para os resultados de nossa pesquisa. Para envolver o leitor e reforçar nossa argumentação, incluímos neste capítulo alguns diálogos, relatos e documentos produzidos pelos alunos.

Finalmente, no Capítulo 7, apresentamos as Considerações Finais, destacando as principais contribuições desta pesquisa na área de resolução de problemas. Apresentamos uma síntese crítica de todo o movimento relevante para o campo da Educação Matemática, com um posicionamento robusto da pesquisadora. Além disso, oferecemos respostas e novas reflexões para as questões norteadoras deste estudo.

Como resultado, além de diversas evidências – elementos importantes para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, produzimos uma sequência didática. Isso foi desenvolvido a partir da elaboração, aplicação e análise de um Plano de Ensino (Capítulo 5). Após uma análise criteriosa e correções necessárias, nosso plano de ensino se concretizou como uma sequência didática, representando o Produto Educacional deste estudo. Sua validação inicial ocorreu por meio da utilização experimental em sala de aula, sendo avaliado pelos próprios estudantes e pela pesquisadora. Entretanto, está sujeito a um processo contínuo de avaliação, adaptação e aperfeiçoamento por professores e alunos após sua divulgação e liberação para uso.

2 PROBLEMAS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A partir da década de 1980, iniciou-se no campo a matemática um movimento de volta às bases, que teve como orientação que a Resolução de Problemas fosse o foco da Matemática Escolar. Esse movimento aconteceu inicialmente nos Estados Unidos, com posterior reflexo no Brasil. O principal documento passou a orientar os currículos escolares foi "Uma Agenda para Ação", elaborado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM[1] (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Nessa esteira, Dante (2009, p. 09), professor e autor de livros didáticos, considerando o contexto do Ensino Fundamental, corrobora dizendo que "alguns especialistas chegam a considerar a formulação e a resolução de problemas como a principal razão de se aprender e ensinar Matemática, porque é por meio dela que se inicia o aluno no modo de pensar matemático e nas aplicações dessa disciplina no nível elementar".

Logo, partindo desse entendimento, com foco na nossa investigação, foi necessário entender os conceitos, perspectivas e abordagens relacionados à interpretação do que é um problema de matemática e quais as suas classificações neste contexto, bem como saber diferenciar problemas matemáticos de não matemáticos. E ainda, compreender o que é como se configura a Resolução de Problemas no contexto didático pedagógico.

2.1 Problemas: concepções, perspectivas e abordagens

É comum no contexto atual se discutir sobre resolução de problemas, sendo a primeira reflexão sobre as nossas lembranças das aulas do tempo de escola, mais especificamente nos anos iniciais, em que nossos professores de Matemática nos orientavam a resolver problemas matemáticos, em que se fazia um exemplo (modelo) no quadro-giz e nós (alunos) reproduzíamos esse modo de resolução.

Essa reflexão também nos leva a pensar sobre a importância dessa área de Ensino, a Matemática, na qual se utiliza com frequência a Resolução de Problemas, haja vista que no cotidiano, nos deparamos a todo momento com problemas, nem sempre matemáticos. Consequentemente, precisamos construir um repertório de ideias, para resolvê-los.

De acordo com Dante (2009, p. 11) "[...] intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado,

---

[1] NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (Conselho Nacional de Professores de Matemática).

algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo". Ainda para o autor, "o que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro" (DANTE, 2009, p. 11).

É importante que se tenha um olhar direcionado às possibilidades de trabalhos que envolvam resoluções de problemas matemáticos, e, ainda, deixar claro, no contexto da sala de aula, a importância desses trabalhos. Para isso, compreender a diferença entre exercício e problema matemático, seria de suma importância para a escolha das ações adequadas a serem desenvolvidas na sala de aula.

Para Massucato (2015), problema é uma reflexão e tomadas de decisões com base no questionamento apresentado pelo professor, tendo como característica o não conhecimento prévio dos algoritmos necessários para a resolução da problemática. Sendo assim, é imprescindível a criação de estratégia para resolução, a correta execução dos planos traçados e por fim a revisão de sua solução.

Diante disso, seria importante que o professor propusesse bons problemas, relacionados aos conteúdos que o aluno precisa aprender, para contextualizar esse conteúdo que se deseja ensinar. Além disso, é preciso que o professor incentive o estudante a resolver esses problemas, de maneira sistemática e consistente, para tornar esse estudante um bom resolvedor de problemas. Nessa proposta, não existe um roteiro a ser seguido, e sim um processo metodológico, por meio de um trabalho ativo que seja capaz de qualificar o estudante no processo de entendimento e criação de estratégias necessárias à resolução de cada problema.

Com base no que já foi dito, dentro da concepção da nossa pesquisa, acreditamos ser necessário evidenciar a diferença entre exercício e problema, para não nos confundirmos na hora de selecionar e/ou elaborar problemas adequados ao nosso processo de investigação. Para isso, atemos-nos à fala de Massucato e Mayrink (2015), quando dizem que:

> Exercício é uma atividade que conduz o aluno a utilizar um conhecimento matemático já aprendido, como a aplicação de algum algoritmo ou fórmula. Ele se sustenta em um procedimento padrão, em que o estudante tem certo domínio para a obtenção do resultado ou tem memorizado o mecanismo resolutivo. Geralmente, a criança ou jovem não precisa decidir sobre o procedimento a utilizar, mas aplicar uma fórmula. Portanto, serve para consolidar e automatizar técnicas, habilidades e procedimentos. Os problemas exigem reflexão, questionamentos e tomadas de decisão. Trata-se de uma situação na qual se procura algo desconhecido e o aluno não tem nenhum algoritmo prévio que garanta a sua resolução. Por isso, a atividade propõe uma invenção ou criação significativa do estudante, que deve construir uma solução, explicando o que pensou. Isso envolve algumas etapas: a compreensão do problema, a criação de uma estratégia de resolução, a execução desta estratégia e a revisão da solução. (MASSUCATI; MAYRINK, 2015, p.1).

Com base nessa diferenciação, entre problema e exercício, apresentada na citação, compreendemos que existem problemas que são mais adequados, ou seja, há problemas capazes de auxiliar no desenvolvimento de habilidades dos estudantes, principalmente aqueles que demandam a utilização de estratégias diferenciadas para sua resolução. Baseado nessa compreensão, procuramos classificar alguns problemas, de acordo com as denominações, apresentadas em Dante (2009), sobre quais são os tipos de problemas de Matemática, bem como alguns tipos de exercícios e como eles se constituem.

No quadro 01 são apresentadas as classificações dos tipos de exercícios.

Quadro 01 – Tipos de exercícios de Matemática.

Tipos de Exercícios	Exemplos[2]
1. Exercícios de reconhecimento - seu objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, etc (DANTE, 2009, p. 24).	Qual é o termo usado para descrever um número que pode ser dividido apenas por 1 e por ele mesmo, sem deixar resto?
2. Exercícios de algoritmos – são aqueles que podem ser resolvidos passo a passo. Geralmente, no nível elementar, são exercícios que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores (DANTE, 2009, p. 24).	Calcule a área de um retângulo sabendo que sua base mede 6 metros, e altura 3 metros.

Fonte: Elaborado pela autora.

Como pode ser observado no quadro 01, os exercícios são classificados em apenas dois tipos, exercícios de conhecimento e de algoritmos. Essa classificação possivelmente pode auxiliar o professor na proposição de algumas atividades, com base nas potencialidades e dificuldades que cada tipo de exercício possui.

O quadro 02 apresenta os tipos de problemas, de acordo com Dante (2009).

[2] Elaborados pela autora

Quadro 02 – Tipos de problemas de Matemática.

(continua)

Tipo de problema	Exemplo[3]
1. **Problemas-padrão –** Sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo (DANTE, 2009, p. 25).	Na loja Pague Bem, um produto está sendo vendido com desconto de 20%. Se o preço original do produto é de R$ 100, qual será o preço com o desconto aplicado?
2. Problemas-padrão simples – são problemas que podem ser resolvidos com uma única operação (DANTE, 2009, p. 25).	Gabriela comprou exatamente 95 bolinhas de gude, que são vendidas em pacotes de 5, 10 e 25 unidades. Qual é a menor quantidade de pacotes que ele pode comprar?
3. Problemas-padrão composto – são problemas que podem ser resolvidos com duas ou mais operações (DANTE, 2009, p. 25).	Um comerciante de frutas comprou 360 laranjas para vender e vai embalar as frutas em caixas de 12 unidades, guardando-as em pacotes com três caixas cada uma. Quantos pacotes serão utilizados para embalar todas as laranjas?

Fonte: Elaborado pela autora.

[3] Elaborado pela autora

Quadro 03 – Tipos de problemas de Matemática.

(continuação)

Tipo de problema	Exemplo[4]
4. Problemas-processo ou heurísticos – são problemas cuja solução envolve operações que não estão explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvido pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas-padrão (DANTE, 2009, p. 25).	Ana Júlia está organizando uma festa de aniversário e deseja distribuir as mesas para os convidados de forma a maximizar a interação entre eles. Ela tem um total de 20 convidados e 5 mesas disponíveis. Como Ana Júlia pode organizar os convidados nas mesas de modo que cada convidado se sente ao lado de pessoas que ele ainda não conhece?
5. Problemas de aplicação – são aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situação-problema contextualizada (DANTE, 2009, p. 27).	Um supermercado está oferecendo um desconto de 20% em todos os produtos de limpeza. Se uma pessoa compra um detergente que custa R$ 5,00 e um desinfetante que custa R$ 8,00, qual será o valor total a ser pago com o desconto?
6. Problemas de quebra cabeça – são problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução (DANTE, 2009, p. 28)	Claudinha possui duas peças de quebra-cabeça numeradas, uma com o número 3 e outra com o número 5. O objetivo é colocar essas duas peças de forma que a soma dos números em cada lado seja igual a 8. Como Claudinha pode posicionar as peças de forma que a soma dos números em cada lado seja igual a 8?

Fonte: Elaborado pela autora.

[4] Elaborado pela autora

Observe que a classificação de problemas, apresentada por Dante (2009), leva em consideração unicamente o processo de resolução demandado, ou seja, outras características como as potencialidades, o grau de dificuldade, número e tipo de solução, não são contemplados na sua classificação.

Diante dos tipos de problemas expostos no quadro 02, vale abordar que na seleção ou elaboração de problemas adequados, que possam levar o estudante a ter uma variação e ampliação no seu raciocínio, é preciso levar em consideração, além das características que estabelecem que tipo de problemas eles são baseados na sua resolução, outros aspectos relevantes. Isso é feito por Stancanelli (2001), pois ele estabelece as diferenças entre os problemas baseado em algumas de suas características. Neste caso, ele considera:

1. **Problemas sem solução** – "são problemas que rompem com a concepção de que os dados apresentados devem ser usados na sua resolução e de que todo problema tem solução" (STANCANELLI, 2001, p. 107)
2. **Problemas com mais de uma solução –** "são problemas que rompem com a crença de que todo problema tem uma única resposta, bem como com a crença de que há sempre uma maneira certa de resolvê-lo e que, mesmo quando há várias soluções, uma delas é correta" (STANCANELLI, 2001, p. 109).
3. **Problemas com excesso de dados – "**são problemas que apresentam excesso de informações, mas que nem todas são usadas em sua resolução" (STANCANELLI, 2001, p. 110).
4. **Problemas de lógica – "**são problemas que fornecem uma proposta de resolução cuja base não é numérica, que exige raciocínio dedutivo e que proporcionam uma experiência rica para o desenvolvimento de operações de pensamento como previsão e checagem, levantamento de hipóteses, busca de suposição, análise e classificação" (STANCANELLI, 2001, p. 114).
5. **Problemas não convencionais –** "são problemas que podem ter mais de uma solução, bem como transformar-se em novos problemas interessantes com alteração de alguns de seus dados" (STANCANELLI, 2001, p. 116).

Como existem diferentes tipos de problemas, e também diferentes maneiras de se trabalhar a resolução de problemas em sala de aula, para que se tenha melhor êxito, quanto a tornar o estudante um bom resolvedor de problemas, é preciso propor problemas variados para que se possa conduzir o estudante a fazer uso de diferentes estratégias na resolução desses problemas.

2.2 Problemas matemáticos e problemas não matemáticos

Diante das definições expostas no tópico anterior, sobre problema e exercício, é importante salientar que um problema é uma situação que precisa ser resolvida e que, no contexto em que ele se apresenta, não se tem uma solução rápida, exigindo do indivíduo uma reflexão e uma análise para solucioná-la.

Como a nossa área de pesquisa é Educação Matemática, se faz relevante compreender o conceito de um problema matemático. E segundo Dante (2009, p. 13), um problema matemático é "[...] uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la". Ainda para esse autor, "[...] em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução" (DANTE, 2009, p. 13).

Quanto à compreensão da definição de problema não matemático, (ZAMBALDI s/d) define este tipo de problema como qualquer questão do cotidiano ou durante seu processo de ensino aprendizagem que leva a criança ou o adolescente a pensar em diferentes formas de solucionar a situação vivida.

Além disso, o autor dá ênfase na resolução desses problemas, sendo essas a aplicação da lógica, as experiências pessoais e a pesquisa a ser realizada. É comum que o termo "resolução de problema" seja associado a Matemática, contudo, os problemas ocorrem em diversas áreas da nossa vida, como dado exemplo por parte do autor Zambaldi s/d

> Apesar disso, resolver problemas é uma questão universal! Na medicina, busca-se pela resolução de problemas da saúde; na linguística, problemas da linguagem; na psicologia, problemas de ordem mental e assim sucessivamente. (ZAMBALDI, s/d)

Sendo assim essas questões que o autor menciona, são considerados problemas não matemáticos, mas que compartilham os mesmos métodos para as suas resoluções.

2.3 Resolução de Problemas: concepções e abordagens no contexto didático pedagógico

Apesar dos problemas serem algo presente na vida do ser humano desde sempre, a Resolução de Problemas não, pelo menos não com suas potencialidades para o processo de ensino e aprendizagem. Inicialmente a Resolução de Problemas era pensada apenas como a ação de resolver um problema, mas recentemente, a partir do século XX, ela tomou outras dimensões, ou seja, a Resolução de Problemas no contexto-didático pedagógico passou a ser visualizada como um procedimento metodológico, uma atividade diferenciada capaz de promover o desenvolvimento cognitivo do aluno, uma metodologia de ensino eficiente. Além disso, a Resolução de Problema também começou a ser vista como um campo de estudos, uma área de pesquisa em que se investiga: as potencialidades do processo de resolver problemas e das metodologias pedagógicas, o desenvolvimento da Resolução de Problema no contexto histórico e cultural e suas perspectivas, etc. Dessa forma, não seria fácil definir o que é resolução de problemas, pois sua definição pode variar de acordo com cada contexto e com as demandas de cada área de conhecimento.

Segundo Schroeder e Lester (1989) existem três, e não mais que três, maneiras de se trabalhar Resolução de Problemas na sala de aula. Essas três maneiras, na verdade são três intencionalidades, ou seja, três motivos para um professor utilizar de Resolução de Problemas em sala de aula. Os autores classificaram essas intencionalidades nas seguintes abordagens: Ensinar **sobre** Resolução de Problemas, Ensinar **para** Resolver Problemas e Ensinar **através** da Resolução de Problemas.

Schroeder e Lester (1989), descrevem os três motivos enfatizando que:

- **Ensinar sobre Resolução de Problemas** é ensinar o aluno a resolver problemas. Nesta abordagem o foco é o desenvolvimento das habilidades dos estudantes em resolver problemas de matemática. Esta abordagem é exatamente o trabalho de Polya (2006), em que ele apresenta as quatro fases a serem desenvolvidas pelo estudante: Compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto da resolução. É importante ressaltar que em um primeiro momento que o estudante se depara com um problema é comum ele achar difícil ou complicado e, com isso, não conseguir, até mesmo não tentar, resolvê-lo. Um ensino feito nesta abordagem busca sanar ou, pelo menos, minimizar essa dificuldade, a partir de um trabalho efetivo do desenvolvimento das habilidades dos alunos. Vale ressaltar que, para se conseguir bons resultados nessa forma de trabalhar Resolução de Problemas, é importante resolver diferentes tipos de problemas e, ainda, que o professor ofereça várias oportunidades para que o estudante possa ampliar sua aptidão para resolver problemas de matemática.
- **Ensinar para Resolver Problemas** é ensinar o aluno a aplicar seu conhecimento de matemática para resolver problemas. Nesta abordagem, o professor ensina primeiramente o conteúdo e depois usa problemas para fundamentar a aprendizagem do

aluno. Após a compreensão, pelo aluno, da matéria ensinada, são propostos novos problemas para que ele possa fixar o conhecimento concebido e apreender aplicar esse conhecimento para resolver problemas de matemática. Vale ressaltar que os problemas utilizados nesta abordagem podem ser problemas teóricos, isto é, sem relação com uma situação real ou podem ser originados de uma situação-problema, ambos os tipos são chamados por Schroeder e Lester (1989), respectivamente, de problemas não-rotineiros e rotineiros.

- **Ensinar através da resolução de problemas** é ensinar um conceito novo a partir de um problema. Nesta abordagem o foco é a construção de um novo conhecimento. Allevato e Onuchic (2014) dizem que o conhecimento a ser construído nessa abordagem pode ser um conceito, um conteúdo ou um procedimento. É importante observar que o conhecimento a ser construído deve ser algo novo, ou seja, algo que o aluno ainda não estudou. Essas autoras também afirmam que o problema deve ser o ponto de partida, e durante sua resolução, por parte do aluno, o professor, agindo como mediador, deve levar o estudante a conceber esse novo conceito, conteúdo ou procedimento. Para ajudar professores a trabalhar esta abordagem, em sala de aula, Allevato e Onuchic (2014) apresentam uma metodologia de ensino denominada Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema e, segundo elas, o sucesso dessa metodologia, dentre outras coisas, acontece quando o professor consegue colocar o estudante como co-construtor do seu próprio conhecimento.

Segundo Ferreira, Martins e Andrade (2018) a abordagem através da Resolução de Problemas tem se mostrado a mais eficiente no processo de ensino e aprendizagem, porém professores têm tido dificuldades para trabalhar essa abordagem em sala de aula, pelo fato dos estudantes não terem o hábito de resolver problemas de Matemática. Nesse sentido, a abordagem sobre Resolução de Problemas poderia contribuir para minimizar essa dificuldade. Além disso, após o entendimento dos conceitos, seria importante que o estudante colocasse em prática seu conhecimento, e isso poderia ser feito por meio de um ensino para Resolver Problemas.

Sendo assim, a abordagem cuidadosamente explorada e investigada nesta pesquisa foi o **ensino sobre Resolução de Problemas**. Reconhecendo sua versatilidade e impacto no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, esta pesquisa se dedicou a analisar de forma aprofundada como essa estratégia pedagógica pode ser implementada de maneira eficaz em ambientes educacionais, considerando as três abordagens identificadas por Schroeder e Lester

(1989). Em suma, observa-se que as três abordagens poderiam ser trabalhadas conjuntamente e de forma eficiente, no desenvolvimento das habilidades dos estudantes para resolver problemas, na introdução de novos conceitos de forma significativa e na fixação e aplicação dos conhecimentos concebidos.

3 ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

Neste capítulo propomos uma discussão que aborda especificamente um ensino *sobre* Resolução de Problemas, de acordo com Schroeder e Lester (1989). Essa discussão se fundamenta em processos capazes de desenvolver as habilidades dos alunos para resolver problemas. Será feita primeiramente uma discussão geral, no tópico 3.1, de alguns autores que abordam esse tema, Polya (2006), Larson (1983), Engel (1998) e Posamentier e Krulik (2015). Em seguida faremos uma descrição detalhada, nos tópicos de 3.2 a 3.11, das principais estratégias apresentadas por alguns desses teóricos, principalmente as de Posamentier e Krulik (2015).

3.1 O ensino sobre Resolução de Problemas à luz de alguns teóricos

A partir do século XX, vários matemáticos e educadores matemáticos começaram a realizar pesquisas sobre como as pessoas resolviam problemas de matemática. A partir disso, começaram a classificar os procedimentos metodológicos que eram utilizados na resolução desses problemas, criando, assim, o que eles denominaram de Estratégias de Resolução de Problemas. Ressaltamos que o conjunto de estratégias evidenciado variou de acordo com o pesquisador, porém algumas das estratégias, que compõem esse conjunto, foram visualizadas e apresentadas nos trabalhos de todos os pesquisadores, dessa área, que compõem esta pesquisa.

Apesar de as estratégias de resolução de problemas serem configuradas e classificadas por cada pesquisador como uma maneira específica de resolver cada tipo de problema, entendemos Estratégia de Resolução de Problemas como qualquer caminho, conjunto de procedimentos metodológicos, visualizado, pelo indivíduo, capaz de levá-lo à solução do problema. Neste sentido, para nós, existe uma relação muito estreita entre o método e o processo cognitivo, ou seja, entre o caminho e o raciocínio usado na construção ou visualização desse caminho.

Portanto, apesar de, em geral, não ser possível dissociar o método da ideia que produziu o método, a título de pesquisa, achamos importante separá-los para facilitar seu estudo e entendimento. O primeiro chamaremos de Estratégia e o segundo denominaremos, baseado em Polya (2006), de Heurística Moderna ou, simplesmente, Heurística. Vale ressaltar que alguns pesquisadores, inclusive dentro do nosso aporte teórico, tratam heurísticas como estratégias e vice-versa e, muitas vezes, consideram-nas como a mesma coisa. Acreditamos que isso ocorre pela existência dessa linha tênue que os separam e que muitas vezes inexiste, ocorrendo então uma sobreposição deles.

Segundo o dicionário Houaiss e Villar (2009), heurística possui diversos verbetes, com designações específicas para cada área de conhecimento, mas de maneira geral é "a arte de inventar, de fazer descobertas; ciência que tem por objetivo a descoberta dos fatos" (p. 1017). Essa palavra foi muito usada pelo grande filósofo Arquimedes de Siracusa, e, para ele, ela estava relacionada ao raciocínio (quais eram os pensamentos) que levavam um determinado indivíduo a fazer uma descoberta ou a inventar algo.

Posteriormente, pela necessidade de apresentar uma designação para os raciocínios que levam um indivíduo a descobrir um caminho que o levava a solução de um problema, George Polya utilizou-se dessa palavra dando a ela um novo significado, dessa vez dentro da área de Resolução de Problemas. Esse novo significado foi chamado por ele de Heurística Moderna.

> A heurística moderna procura compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as *operações mentais*, típicas desse processo, que tenham utilidade. [...] Um estudo consciencioso a Heurística deve levar em conta, tanto as bases lógicas quantos as psicológicas. [...] O estudo da Heurística tem objetivos 'práticos': melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas pode exercer influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino da matemática (POLYA, 2006, p. 99 e 100).

Neste trabalho usaremos apenas a palavra Heurística para fazer referência a Heurística Moderna. Ela será entendida como os pensamentos, ideias, raciocínios, que ajudaram o indivíduo a visualizar, perceber, construir, imaginar um, ou mais, estratégias para resolução de um determinado problema. Enfatizamos que muitas vezes as estratégias e heurísticas se sobrepõem, dificultando sua dissociação. Com efeito, existem problemas cuja resolução pode ser feita, simplesmente, com um raciocínio lógico.

Apesar de Estratégia de Resolução de Problemas poder ser vista como um conjunto de ideias ou procedimentos que conduz à solução de um problema, alguns pesquisadores, como dissemos anteriormente, as classificaram em um conjunto de técnicas que determinam ou orientam sobre o que fazer para resolver o problema. Diante disso, fizemos um levantamento sobre quais são esses conjuntos de estratégias posta por esses pesquisadores. E esse levantamento será apresentado a seguir.

Larson (1983) considera que são doze as Estratégias de Resolução de Problemas. Apesar de ele chamá-las de heurísticas, no nosso entendimento elas são o que, a priori, chamamos de Estratégias de Resolução de Problemas. Para ele, as estratégias são: A busca por padrões;

Representação por figuras; Formulação de problemas equivalentes; Modificação de um problema; Escolha de uma notação específica; Exploração de simetrias; Dividir em casos; Fazer um retrocesso; Arguir por contradição; A busca por paridade; Considerar casos extremos; e Generalização.

Durante esta pesquisa, faremos um estudo aprofundado sobre Larson (1983) com intuito de entender cada uma dessas estratégias para que, posteriormente, possamos aplicá-las ou visualizá-las no nosso processo de intervenção pedagógica.

Posamentier e Krulik (2015) também fizeram uma classificação das estratégias de resolução de problemas e as enumeraram em dez. Essas estratégias foram chamadas de: *Raciocínio Lógico; Reconhecimento de Padrões; Organização dos dados; Fazer um desenho ou uma representação visual; Representar todas as possibilidades; Trabalhar no sentido inverso; Adivinhação com testes inteligentes; Adotar um ponto de vista diferente; Resolver um problema análogo mais simples; e, Considerar casos extremos.*

Engel (1998) tem seu entendimento das Estratégias de Resolução de Problemas pautadas no conhecimento de conteúdos de Matemática. Nesse sentido, esse trabalho, Engel (1998), cujo título é: Estratégias de Resolução de Problemas, institui, no seu conjunto de estratégias, conhecimentos de Matemática específicos que podem ajudar a resolver, aparentemente, a maioria dos problemas matemáticos, em diversos níveis. Engel (1998), foi considerado por nós um trabalho em nível avançado, levando em conta que o nosso objeto de investigação é uma turma do Ensino Fundamental. Mesmo assim, acreditamos que esse livro pode-nos ser útil para configurarmos a ideia e o entendimento sobre Estratégias de Resolução de Problemas, por vincular as estratégias ao conhecimento. Para Engel (1998), as estratégias de resolução de problemas são: O Princípio da Invariância, Uso de cores nas Demonstrações, O Princípio do Extremo, O Princípio da Caixa, Enumerar as Combinações, Teoria dos Números, Inequações, O Princípio de Indução, Sequências, Polinômios e Equações Funcional.

Polya (2006) apresenta um trabalho sobre o desenvolvimento das habilidades, com o intuito de ajudar professores a promover aulas capazes de tornar seus alunos bons resolvedores de problemas. Inicialmente, ele estabelece quatro fases necessárias à resolução de qualquer problema. Essas fases são: Entender o problema, elaborar um plano, executar o plano e observar o caminho inverso usado na resolução do problema (POLYA, 2006, p.7-10). Como estratégias de resolução, ele apresenta e faz uma discussão analítica de alguns exemplos, mostrando como trabalhar adequadamente um problema em sala de aula.

Para o processo de desenvolvimento de estratégias, Polya (2006) traz uma lista de conceitos, para serem postos em prática, chamado por ele de "pequeno dicionário de heurística". Nessa lista, são feitos alguns apontamentos para a necessidade, no processo de resolução de problemas, de: Identificar a incógnita; observar as analogias; verificar as condicionantes; considerar as contradições; conhecer as definições dos termos envolvidos; examinar as suposições; observar as generalizações etc.

Após uma leitura detalhada dos referenciais citados, nós selecionamos um conjunto de estratégias que guiou nossas ações em sala de aula, orientando-nos, desde a elaboração do nosso projeto de ensino até as análises das evidências levantadas. Nos tópicos a seguir serão apresentadas as estratégias por nós selecionadas.

3.2 Reconhecimento de Padrões

Essa estratégia, como o próprio nome diz, procura determinar padrões e fazer uso deles como subsídio para a resolução do problema. Um padrão, refere-se a uma regularidade ou repetição observadas em objetos matemáticos ou fenômenos matemáticos, como: conjuntos numéricos, sequências, funções, figuras geométricas, dentre outros.

Os padrões podem ser visualizados através de sequências de números, por exemplo, onde uma relação ou uma regra matemática é aplicada para gerar elementos seguintes da sequência. Também podem ser observados em figuras geométricas, como uma sequência de formas que seguem um determinado arranjo ou configuração. Identificar e compreender padrões é fundamental na matemática, pois permite fazer previsões, estabelecer relações e, neste caso, resolver problemas.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, de Posamentier e Krulik (2015): "A tabela mostrada abaixo continua indefinidamente. Qual será a letra do meio na 30ª linha?" (p.25, tradução nossa).

Figura 1 – Tabela citada no enunciado do problema

LINHA 1	G L A D Y S G
LINHA 2	L A D Y S G L
LINHA 3	A D Y S G L A
LINHA 4	D Y S G L A D

Fonte: Adaptado de Posamentier e Krulik (2015)

Uma possível solução: Observando a figura anterior, percebemos o seguinte padrão: Cada linha, a partir da segunda, começa com a segunda letra da linha anterior e as demais se mantém. Observe que dessa forma a sequência fica com uma letra a menos, pois a primeira letra da sequência anterior é descartada. Para completar, isto é, manter a mesma quantidade de letras em cada linha, é colocada no final da sequência a mesma letra do início dela.

Na busca de determinar a 30ª linha, podemos fazer uso do padrão observado para escrever mais algumas linhas. Neste caso, escrevemos mais 4 linhas, e o resultado pode ser observado na figura a seguir.

Figura 2 – Uma expansão da tabela do enunciado do problema

LINHA 1	G L A D Y S G
LINHA 2	L A D Y S G L
LINHA 3	A D Y S G L A
LINHA 4	D Y S G L A D
LINHA 5	Y S G L A D Y
LINHA 6	S G L A D Y S
LINHA 7	G L A D S Y G
LINHA 8	L A D Y S G L
...	

Fonte: Adaptado de Posamentier e Krulik (2015)

Observe que as linhas se repetirão a cada 6 letras, pois existem 6 letras em cada linha. Além disso, como 30 é um múltiplo exato de 6, a letra do meio da linha 30 é igual à letra do meio na linha 6, ou seja, A.

Assim, mostramos como o uso de um padrão fornece elementos que podem auxiliar significativamente na resolução do problema.

3.3 Raciocínio Lógico

Quando um indivíduo resolve um problema utilizando apenas suas habilidades e percepções das relações lógicas existentes entre os elementos do problema, ou entre os elementos do problema e algum conceito matemático simples, diz-se que ele utilizou a estratégia de Raciocínio Lógico. Essa estratégia baseia-se em princípios como a validade dos argumentos, as relações de implicação, a inferência dedutiva e a consistência das informações. Busca identificar padrões, relações e conexões lógicas entre os elementos do problema e utilizar essas informações para se chegar à solução. No Raciocínio Lógico, é importante seguir uma sequência de pensamentos clara e coerente, usando premissas e evidências para elaborar conclusões lógicas.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, de Posamentier e Krulik (2015):

"Jimmy joga duas moedas ao mesmo tempo. Ele continua fazendo isso até que pelo menos uma moeda dê Cara (C). Neste ponto, o jogo acabou. Qual é a probabilidade de ambas as moedas serem Cara neste último lançamento?" (p.7, tradução nossa).

Uma possível solução: Vamos apresentar uma resolução para esse problema utilizando a estratégia de Raciocínio Lógico. Na realização dessa experiência, os lançamentos anteriores das moedas são todos totalmente irrelevantes. Apenas um caso em que aparecer Cara (C) é importante. Assim, podemos simplesmente examinar este último lançamento das moedas, ou seja, o lançamento em que apareceu uma Cara. Logo todas as possibilidades são:

CC CK KC.

Observe que a única possibilidade em que ambas são Cara é CC. Portanto, a probabilidade é $\frac{1}{3}$.

3.4 Organização dos dados

Segundo Posamentier e Krulik (2015), quando as pessoas se deparam com problemas que contêm muitos dados, muitas vezes ficam confusas com a forma com que os dados são apresentados no problema. Aprender a organizar dados de maneira significativa e clara constitui uma ferramenta de grande utilidade na resolução de problemas. Uma estratégia que se fundamenta na organização correta e sistemática dos dados é o que se constitui a estratégia de Organização de Dados.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, de Posamentier e Krulik (2015): "Quantos números ímpares positivos, de três algarismos, existem cujo produto de seus algarismos dá 252?" (p.111, tradução nossa).

Uma possível solução: Vamos apresentar uma resolução para esse problema usando a estratégia de Organização dos Dados. Observe que os algarismos dos números procurados são divisores de 252, pois o produto deles deve ser 252. Assim, fatorando 252, temos $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$. Veja que os divisores de 252 com apenas um algarismo são: 2, 3, 4, 6, 7 e 9. Se um dos algarismos do número procurado é 7, então o produto dos outros dois algarismos deve ser 36, logo esses algarismos seriam 4 e 9, ou 6 e 6. Combinando o 7 com os algarismos 4 e 9 e também com 6 e 6, tem-se cinco números possíveis: 749, 479, 947, 497, 667. Observe que as outras combinações possíveis: 974, 794, 676 e 766 não são ímpares. Se usarmos os divisores 4, 6 ou 9, no lugar do 7, produzimos números dentre os mesmos encontrados anteriormente. Se um dos divisores for 2, então o produto dos dois números restante será 126, logo um desses números terá mais de um algarismo. Se um dos divisores for 3, então o produto, dos dois números restantes, será 84, e não existe dois números de um algarismo cujo o produto dê 84. Portanto as únicas soluções possíveis são 749, 479, 947, 497, 667.

3.5 Fazer um desenho ou uma representação visual

Nessa estratégia busca-se elaborar um desenho ou esquema dos dados, e/ou da relação entre os elementos do problema, para compreender as informações apresentadas, consequentemente, possibilitar a elaboração de um plano para determinar a solução desejada.

Uma representação visual poderá auxiliar no processo de resolução, podendo ser feita antes do início da resolução, ou durante o processo. Podendo ainda ser modificada, se necessário, ao longo da trajetória percorrida na execução dos procedimentos de resolução.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, de Posamentier e Krulik (2015, p. 123, tradução nossa): "Na feira municipal, vários funcionários têm a tarefa de rastrear o número de pessoas que participam de atividades específicas a cada dia. As anotações de Rosalinde mostraram que de segunda a sábado havia 510 pessoas no campo de tiro com arco. Gabriel registrou que, de segunda a quarta-feira, havia 392 pessoas no campo de tiro com arco. Frank descobriu que na terça e na sexta havia 220 pessoas no campo de tiro com arco. Adele descobriu que na quarta, quinta e sábado havia um total de 208 pessoas no campo de tiro com arco. Finalmente, Alfred descobriu que, de quinta a sábado, havia 118 pessoas no campo de tiro com arco. Assumindo que todos os números estavam corretos, quantas pessoas estavam no campo de tiro com arco na segunda-feira?".

Uma possível solução: A Utilização da estratégia de Representação Visual pode ser feita por meio de uma tabela, com os registros do número de pessoas que apareceram no campo de tiro com arco, nos dias da semana registrados pelos funcionários responsáveis em fazer as anotações dessa atividade. Observe que por meio de uma representação visual, seja por tabelas, diagramas, dentre outras, é possível relacionar melhor as informações apresentadas no enunciado do problema, de modo a tornar mais fácil o entendimento e o raciocínio lógico. O quadro 1 mostra uma possível representação visual da tabela mencionada.

Quadro 04 – Uma representação dos dados do problema

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Total
Rosalinde	X	X	X	X	X	X	510
Gabriel	X	X	X				392
Frank		X			X		220
Adele			X	X		X	208
Alfred				X	X	X	118

Fonte: Adaptado de Posamentier e Krulik (2015)

Observando o quadro 1, percebermos que, exceto segunda-feira, todos os dias aparecem três vezes no quadro. Se considerarmos apenas as quatro últimas linhas da tabela, exceto segunda-feira, todos os dias foram registrados duas vezes. Se subtrairmos os registros da primeira linha dos registros acumulados da segunda a quarta linha, obtemos os registros de todos os dias (uma única vez), exceto segunda-feira, ou seja, teremos um registro terça, um quarta, um quinta, um sexta e um sábado e nenhum segunda. Isso corresponde ao seguinte cálculo: (392 + 220 + 208 + 118) - 510 = 428. Esse número é a quantidade de pessoas registradas de terça a sábado. Como o número de pessoas registradas de segunda a sábado é 510, temos que 510 - 428 = 82 pessoas registradas na segunda-feira, no campo de tiro com arco.

Uma outra maneira de resolver esse problema, utilizando a mesma estratégia, seria, da mesma forma que foi feita anteriormente, observar que nas anotações dos últimos quatro funcionários da tabela, todos os dias, exceto segunda-feira, foram contabilizados duas vezes. E que a soma de todos os registros, anotados por esses quatro funcionários, corresponde ao número de comparecimento da segunda-feira somado ao dobro de registros de cada um dos outros dias, totalizando 392 + 220 + 208 + 118 = 938. Agora, ao invés de subtrairmos os valores da primeira linha dos valores acumulados da segunda a quarta linha (feito na primeira resolução), vamos subtrair esse valor acumulado do dobro de valores da primeira linha. Dessa forma, os registros de terça a sábado se cancelarão, sobrando apenas os registros da segunda-feira, que correspondem ao cálculo obtido na última coluna por: $2 \cdot (510) - (392 + 220 + 208 + 118) = 1020 - 938 = 82$. Portanto havia 82 pessoas no estande de tiro com arco, na segunda-feira.

3.6 Representar todas as possibilidades

Esta estratégia consiste em procurar construir um registro de todas as possibilidades originadas dos dados do problema. Essa estratégia, pela sua característica, está inserida na Matemática Discreta, ou seja, situações em que o conjunto de valores é finito, ou pelo menos enumerável.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, de Posamentier e Krulik (2015): "Dados os números inteiros de -100 a $+ 100$, quantos desses números inteiros o seu quadrado possui o algarismo da unidade igual a 1?" (p.142, tradução nossa).

Uma possível solução: Vamos usar a estratégia de contagem de todas as possibilidades. Observe que os únicos números cujo quadrado tem o algarismo da unidade l, são os números terminados em um 1 ou 9. Assim, existem exatamente 20 possibilidades, ou seja, 1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89 e 99. Como o problema refere-se a números inteiros, devemos considerar também os números negativos. Observe que o intervalo de números negativos é igual ao de números positivos, logo, para determinar o total de possibilidades, basta dobrar a quantidade encontrada, obtendo 40 números.

3.7 Trabalhar no sentido inverso

Nessa estratégia, como o próprio nome diz, o processo de resolução se inverte. Ao invés de partimos dos dados iniciais, observando as informações na sequência que foram apresentadas, observamos primeiro para o final (informações últimas, valores obtidos como algum dos resultados etc.). Alguns problemas enunciam que se determinadas situações ocorrerem haverá alguma consequência. Esse tipo de problema é um forte candidato para o uso da estratégia de Sentido Inverso, pois podemos partir da consequência, percorrer o caminho inverso e obter a solução do problema.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema: “Camilla pegou um saco cheio de laranjas, em uma chácara. Na hora de ir embora lhe foi exigido que em cada porteira que ela passasse, ela deveria deixar metade das laranjas que estivesse com ela, mais meia laranja. Se para ir embora, Camilla passou por 3 porteiras e lhe restaram apenas 8 laranjas, quantas laranjas ela pegou na chácara?” (Autor desconhecido)

Uma possível solução: Observe que após ocorrerem algumas situações, ou seja, em cada porteira ela deixou metade das laranjas que tinha mais meia laranja, houve uma consequência, lhe restou oito laranjas. Assim, na estratégia: Trabalhar no Sentido Inverso, partimos do final para o início, sempre executando rigorosamente, ao percorrer o sentido inverso, as operações inversas das que foram feitas no caminho direto. Como Camilla saiu com 8 laranjas, e a última ação que ela fez foi a de deixar meia laranja, na volta, ela deverá pegar de volta essa meia laranja, ficando com 8,5 laranjas. O próximo passo deverá ser dobrar esse valor, pois a penúltima ação que ela fez, no sentido direto, foi a de deixar a metade das laranjas que ela tinha, ou seja, dividir por dois. Observando que no sentido inverso devemos executar a operação inversa. Com isso, Camilla passou de volta pela terceira porteira ficando com 17 laranjas. Para passar de volta na segunda porteira ela deverá repetir o processo, isto é, pegar de volta meia laranja, ficando com 17,5, em seguida, dobrar esse valor. Portanto Camilla chega à primeira porteira com 35 laranjas e deverá repetir novamente o processo. Ela pega de volta meia laranja, totalizando 35,5 e, em seguida, dobra esse valor, obtendo assim 71 laranjas, que correspondem exatamente ao número de laranjas que ela pegou na chácara.

3.8 Adivinhação com testes inteligentes

Nessa estratégia, faz-se diferentes suposições ou conjecturas, testa-as para saber se elas são verdadeiras. Com isso, é possível que se tenha diferentes resoluções e critérios que podem ser pertinentes, como o de exclusão. Essas suposições podem ser baseadas em uma intuição, conhecimento prévio ou padrões observados. A chave para essa estratégia é tomar decisões adequadas, ou seja, que contenha uma suposição acertada ou que contribua para resolução do problema. Essa estratégia é comumente usada em problemas de lógica, quebra-cabeças e desafios que sugerem uma abordagem de tentativa-e-erro, mas com a aplicação de raciocínio lógico ou informações relevantes para orientar as tentativas.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, de Posamentier e Krulik (2015): “Qual é o menor número primo maior que 510? (Lembre-se de que um número primo é um número com exatamente dois divisores: 1 e o próprio número.)” (p.150, tradução nossa).

Uma possível solução: Sabemos que um número par, diferente de dois, não é primo. Logo o número procurado não pode ter como algarismo da unidade os números: 0, 2, 4, 6 ou 8. Além disso, esse algarismo não pode ser 5, senão o número seria divisível por 5. Observe também que se a soma dos algarismos do número for divisível por 3, ele também é divisível por 3. Isso elimina, da lista dos números maiores que 510, alguns números potenciais. Assim, restringimos nossas estimativas à sequência: 511, 517, 521, 523, 527, ... Agora, basta fazer os testes, ou seja, verificar qual o primeiro número primo dessa sequência. Após alguns testes constatamos que o 521 é o primeiro primo maior que 510.

3.9 Adotando um ponto de vista diferente

A estratégia *Adotando um Ponto de Vista Diferente* é uma abordagem na qual o resolvedor tenta olhar para o problema de diferentes perspectivas ou assume um papel de outra pessoa, para obter novos *insights*. Essa estratégia visa romper com a forma tradicional de abordar um problema e estimula a criatividade e o pensamento divergente. Essa mudança de perspectiva pode revelar novas informações, desafiar suposições pré-concebidas e permitir o surgimento de novas formas de entender e resolver o problema. Essa estratégia pode ser especialmente útil quando a abordagem tradicional não está produzindo resultado ou quando se deseja explorar possibilidades alternativas.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, de Posamentier e Krulik (2015): “Em uma escola com 25 turmas, cada uma delas monta um time de basquete para competir em um torneio escolar. Nesse torneio, uma equipe que perde um jogo é imediatamente eliminada. A escola tem apenas um ginásio, e o diretor da escola gostaria de saber quantos jogos serão disputados nesse ginásio para obter um vencedor.” (p.45, tradução nossa).

Uma possível solução: Uma maneira natural de resolver esse problema, seria contar a quantidade de partidas, começando com a distribuição das 25 equipes em partidas com duas equipes cada. Dessa forma, ocorreriam 12 partidas e uma equipe ficaria sem jogar. Dessas partidas, haveria 12 equipes vencedoras e uma equipe sem jogar que formariam as próximas partidas. Observe que novamente uma equipe ficaria de fora e as dozes restantes comporiam mais 6 jogos. Esse processo deveria se repetir até se ter uma equipe campeã. A soma de todas as partidas observadas nesse processo resultaria no resultado do problema. Porém, podemos usar a estratégia: Adotando um ponto de Vista Diferente. Com uso dessa estratégia, ao invés de focarmos no número de partidas que estão ocorrendo e seguir as equipes classificadas, podemos focar nas equipes perdedoras. Observe que haverá 24 equipes perdedoras, todas elas jogaram uma única vez, totalizando 24 jogos. Veja que não é possível haver menos de 24 partidas, pois se isso ocorresse não teria 24 equipes perdedoras, visto que cada partida produz uma equipe perdedora. Da mesma forma, não é possível haver mais de 24 partidas, pois se isso ocorresse teríamos mais de 24 equipes perdedoras.

3.10 Resolvendo um problema análogo mais simples

A estratégia *Resolvendo um Problema Análogo mais Simples* desconsidera aspectos da situação original do problema com vistas a construir uma situação particular mais simples. E considera aspectos não presentes na situação original, para contribuir com essa nova versão particular. Essa abordagem permite que o resolvedor de problema adquira uma compreensão mais clara dos conceitos e das etapas necessárias para resolver o problema original. A ideia por trás dessa estratégia é encontrar um problema relacionado, porém mais simples, que compartilha características-chave com o problema original. Ao resolver o problema análogo mais simples, o resolvedor pode analisar a abordagem utilizada, as estratégias empregadas e as soluções encontradas. As ideias e informações adquiridas, durante a resolução do problema mais simples, podem ser transferidas e aplicadas ao problema original. Essa abordagem ajuda a simplificar o processo de resolução e pode elevar a uma compreensão mais profunda de problemas complexos.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema adaptado, de Posamentier e Krulik (2015): “Para aumentar a quantidade de vinho em uma garrafa de 16 taças, David decide executar o seguinte procedimento: No primeiro dia, ele beberá apenas 1 taça do vinho e depois completará a garrafa com água. No segundo dia, ele vai beber 2 taças da mistura água-vinho, e depois completar novamente a garrafa com água. No terceiro dia, ele vai beber 3 taças da mistura água-vinho, e novamente completará a garrafa com água. Ele continuará este procedimento durante os dias seguintes até esvaziar a garrafa bebendo 16 taças da mistura no 16º dia. Quantas taças de água David beberá ao todo?” (p.95, tradução nossa).

Uma possível solução: Para utilizar a estratégia um Problema Análogo mais Simples, devemos encontrar ou elaborar um problema análogo, porém mais simples de resolver. Neste caso, podemos usar como problema análogo o próprio problema original, modificando apenas a incógnita. Ao invés de "quantas taças de água David beberá ao todo?" vamos usar "quantas taças de líquido David beberá ao todo?". Observe que essa segunda incógnita é mais fácil de ser determinada, pois basta somar a quantidade de líquido que ele bebeu em todos os dias, ou seja, 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 136. Esse número é a solução do problema mais simples. A partir dele, pode-se determinar a solução do problema original, observando que a quantidade total de vinho era16 taças. Logo a solução do problema original é $136 - 16 = 120$. Portanto David consumiu 136 taças de líquido, dos quais 120 taças eram água.

3.11 Considerar casos extremos

Esta estratégia é uma abordagem onde se analisam situações extremas ou limites para obter *insights* proveitosos sobre o problema em questão. Ao considerar caso estremos, o resolvedor examina as condições em que o problema atinge valores mínimos ou máximos, ou quando as restrições são minimizadas ou eliminadas em situações extremas. Considerar casos extremos pode ajudar a compreender propriedades de objetos matemáticos como equações, funções etc, em situações limite. Essa análise pode revelar padrões, propriedades ou comportamentos especiais que podem não ser evidenciados em situações normais.

Para exemplificar o uso desta estratégia, apresentamos o seguinte problema, adaptado de Posamentier e Krulik (2015): "Um carro está percorrendo uma rodovia com velocidade constante de 55 km/h. O motorista percebe um segundo carro, exatamente $\frac{1}{2}$ km atrás dele. O segundo carro passa pelo primeiro, exatamente 1 minuto depois. A que velocidade o segundo carro está viajando, supondo que sua velocidade seja constante?" (p.67-68, tradução nossa).

Uma possível solução: Usando a abordagem Casos Extremos, uma forma seria assumir que o primeiro carro está parado, ou seja, a 0 km/h. Nessas condições, o segundo carro irá gastar um minuto para passar o primeiro carro. Assim, o segundo carro, irá gastar $\frac{1}{60}$ h (1 minuto) para ultrapassar o primeiro carro. Como a velocidade do segundo carro é constante, ela pode ser calculada por:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\,\text{km}}{\frac{1}{60}\,\text{h}} = 30\ \text{km/h}.$$

Se o primeiro carro está parado (0 km/h), então o segundo carro se move, em relação ao primeiro, à 30 km/h. Como o primeiro carro está a 55 km/h e o segundo está 30 km/h mais rápido que o primeiro, a velocidade do segundo carro será 30 km/h + 55 km/h = 85 km/h.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentaremos o tema central da nossa pesquisa. Esta pesquisa se configura como uma intervenção pedagógica, destacando as ações realizadas até o momento e as ações propostas para o desenvolvimento desta investigação.

4.1 Abordagem Qualitativa e intervenção Pedagógica

Esta pesquisa tem uma abordagem qualitativa. Para Kauark et. al (2010), a pesquisa qualitativa

> Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem (KAUARK et. al, 2010, p. 26).

A intervenção pedagógica, como abordada nesta pesquisa, assume um papel fundamental na condução de práticas educacionais enriquecedoras e eficazes. Entendida como um conjunto de ações planejadas e estratégias implementadas no ambiente educacional, a intervenção pedagógica busca não apenas identificar desafios e lacunas no processo de aprendizagem, mas também propor soluções e melhorias concretas. Nesse contexto, o pesquisador desempenha um papel ativo, atuando como o principal instrumento na coleta e análise de dados, enquanto o ambiente natural se configura como a fonte direta de informações. A abordagem qualitativa adotada permite uma compreensão aprofundada dos fenômenos em estudo, enfatizando a importância da interpretação e atribuição de significados. Ao concentrar-se no processo e em seu significado, a intervenção pedagógica contribui para o aprimoramento contínuo do ambiente educacional, promovendo uma visão mais holística e contextualizada do ensino e aprendizagem.

Com foco no objetivo desta pesquisa, **desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática**:

1. Realizamos um estudo aprofundado sobre as Estratégias de Resolução de Problemas, com o objetivo de compreendê-las, analisá-las e situá-las no contexto desta investigação;

2. Selecionamos um conjunto de estratégias de resolução de problemas que podem ser configuradas de maneira que seja possível ser ensinada a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental;
3. Elaboramos um plano de ensino que utilizou Estratégias de Resolução de Problemas com o objetivo de levar o estudante a apropriar conceitos e técnicas envolvidos nesse processo.

Para continuidade dessa pesquisa, pretendemos ainda:

4. Aplicar o plano de ensino, na turma do 9º ano do Ensino Fundamental, observando, durante a aplicação desse plano, o comportamento dos estudantes em relação a sua aceitação e engajamento nessa nova proposta de trabalho, seu desenvolvimento cognitivo e, consequentemente, sua aprendizagem;
5. Fazer uma coleta de dados e a produção desses para compor o nosso *corpus* de pesquisa, por meio de: gravações em áudios e vídeos; materiais desenvolvidos pelos alunos; e um diário de campo composto por uma descrição detalhada do que ocorreu durante cada aula, juntamente com uma análise, feita pelo pesquisador, sobre o aluno, o conteúdo, a metodologia e a atuação do pesquisador como professor;
6. Elaborar uma sequência didática a partir do resultado da aplicação do plano de ensino, levando em consideração as análises feitas no processo de investigação. Essa sequência didática se constituirá em um Produto Educacional, de acordo com a descrição apresentada no tópico 5;

Até o presente momento destacamos as seguintes ações realizadas:

1. Uma reunião com a diretora da escola, na qual a pesquisadora obteve uma autorização para aplicar o plano de ensino proposto nesta pesquisa;
2. Elaboração do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) no qual foi aprovado pelos responsáveis dos estudantes da escola-campo;
3. A submissão e a aprovação desta pesquisa, junto ao conselho de ética.

As ações propostas para o desenvolvimento desta investigação se constituem em um conjunto de estratégias e procedimentos, e, em conjunto com as bases teóricas apresentadas, nossas reflexões e nosso aporte teórico sobre investigação, compõem a nossa metodologia de pesquisa. Acreditamos que esse conjunto de ideias, teorias e ações colocadas em práticas, conjuntamente com as que serão implementadas, são/serão suficientes para sustentar todo o nosso processo de investigação e, consequentemente, produzir os resultados esperados.

4.2 Produto Educacional

O Produto Educacional, fruto desta dissertação, consiste do resultado da produção de uma Sequência Didática (SD) que, segundo Rojo e Glaís (2010, p. 97), "[..] é um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero oral ou escrito". Essa fala sustenta que a SD, que propomos produzir, constitui de fato um produto educacional, nos moldes estabelecidos no campo da Educação Matemática.

O objetivo dessa sequência didática será apresentar uma proposta de trabalho (para professores da Educação Básica) composto por um conjunto de problemas de Matemática, e orientações sobre como aplicá-los, para o desenvolvimento da capacidade dos estudantes em resolver problemas de Matemática.

Os professores da Educação Básica que se interessarem poderão utilizar a Sequência Didática para complementar suas práticas docentes. Essa Sequência Didática será feita a partir de um plano de ensino, aplicado no 9° ano do Ensino Fundamental. A priori, será composta por 9 problemas em que demandaram cerca de 3 estratégias para resolvê-los.

Os problemas que compõem a Sequência Didática foram criados pela autora e selecionados no próprio livro didático adotados na escola-campo desta investigação. Essa seleção foi feita por meio de um levantamento sobre quais problemas deste livro puderam ser utilizados no plano de ensino, ou seja, aqueles cuja sua resolução demandou uma das estratégias definidas pela pesquisadora, a priori.

Acreditamos que o material didático proposto nesta pesquisa poderá ser de grande valia para auxiliar professores da Educação Básica nessa tarefa de trabalhar resolução de problemas em sala de aula. Enfatizamos, porém, que esse material não deve ser visto como um modelo a ser seguido, mas, sim, como um objeto de orientação a professores para elaborarem suas aulas, fazendo o uso de resolução de problemas, com adequações às suas especificidades inerentes ao seu contexto. Enfatizamos que esse Produto Educacional, já foi elaborado, e aplicado.

5 UMA PROPOSTA DE TRABALHO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA

Neste capítulo, propomos um Projeto de Ensino que teve como objetivo criar uma sequência didática capaz de levar o estudante do 9º ano do Ensino Fundamental a desenvolver habilidades para resolver problemas. Salientamos que problemas capazes de levar um estudante a desenvolver habilidades de resolução de problemas independe do conteúdo, ou seja, é possível ensinar um estudante a resolver problemas, utilizando problemas que envolvem diferentes conceitos, conteúdos ou procedimentos.

Para a elaboração desse material, conforme mencionado anteriormente, foram criados e utilizados problemas de Matemática presentes no próprio material didático dos estudantes. Levamos em consideração a associação desses problemas com as estratégias de resolução de problemas apresentadas em nosso referencial teórico. Dessa forma, a proposta consiste em aplicar esses problemas ao longo de 13 encontros, com duração de 50 minutos cada, conforme descrito no planejamento a seguir.

No primeiro encontro planejamos a entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para preenchimento. Para o segundo, a entrega do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) para preenchimento. No terceiro encontro iniciaram as atividades com resolução de problemas de forma a averiguar se eles têm conhecimento de alguma estratégia para resolver problemas. Para isso, partimos de problemas que podíamos de antemão inferir sobre estratégias que possivelmente poderiam ser utilizadas. Nesse encontro foi proposto um problema que fosse provavelmente resolvido com a estratégia que utilizasse a "busca por padrões". A partir desse encontro os outros encontros foram planejados conforme o quadro-resumo abaixo:

Quadro 05 – Quadro-resumo dos encontros.

(continua)

Encontros	Propostas	Estratégia esperada	Resolução de problemas
3° Encontro	Propor dois problemas para serem resolvidos sobre matemática financeira	Busca por padrões	Deixar que os estudantes utilizem estratégias próprias
4° Encontro	Discutir estratégias utilizadas de Busca por Padrões ou apresentá-la aos estudantes.	Busca por padrões	Discussão da estratégia “Busca por Padrões” para resolução dos problemas do 3º. Encontro.
5° Encontro	Propor um problema para ser resolvido sobre sequência figural.	Busca por padrões	Verificação da aprendizagem da estratégia “Busca por Padrões”.
6° Encontro	Propor um problema para ser resolvido sobre aritmética.	Raciocínio Lógico	Deixar que os estudantes utilizem estratégias próprias
7° Encontro	Propor outro problema para ser resolvido sobre aritmética.	Raciocínio Lógico	Verificação do uso da estratégia “Raciocínio Lógico”
8° Encontro	Discutir estratégias utilizadas de “Raciocínio Lógico” ou analisa-las apresentá-las aos estudantes.	Raciocínio Lógico	Discussão da estratégia “Raciocínio Lógico” para resolução dos problemas do 6º. e 7º. Encontro.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 06 – Quadro-resumo dos encontros.

(continuação)

Encontros	**Propostas**	**Estratégia esperada**	**Resolução de problemas**
9° Encontro	Propor um problema para ser resolvido sobre lógica.	Raciocínio Lógico	Verificação da aprendizagem da estratégia "Raciocínio Lógico".
10° Encontro	Propor um problema para ser resolvido sobre combinatória.	Desenho e Representação Visual	Deixar que os estudantes utilizem estratégias próprias
11° Encontro	Propor um problema para ser resolvido sobre geometria.	Desenho e Representação Visual	Deixar que os estudantes utilizem estratégias próprias
12° Encontro	Discutir estratégias utilizadas de "Desenho ou Representação Visual" ou aprnalisaaesentá-la aos estudantes.	Desenho e Representação Visual	Discussão da estratégia "Desenho e Representação Visual" para resolução dos problemas do 10º. e 11º. Encontro.
13° Encontro	Propor um problema para ser resolvido sobre conjuntos e uso de diagrama.	Desenho e Representação Visual	Verificação da aprendizagem da estratégia "Desenho e Representação Visual".

Fonte: Elaborado pela autora.

Observa-se, conforme o quadro que serão ensinadas três estratégias, "Busca por Padrões", "Raciocínio Lógico" e "Desenho e Representação Visual", todas foram planejados em três etapas. Na primeira etapa serão dados exemplos de problemas com o uso esperado de uma determinada estratégia e os estudantes ficarão livres para resolver. Na segunda etapa serão discutidas ou apresentadas resoluções com o uso da estratégia esperada. Na terceira, será proposto um problema visando a verificação da aprendizagem da estratégia que se deseja ensinar. No tópico seguinte serão apresentados os 13 encontros citados no Quadro I e que farão parte do desenvolvimento da pesquisa.

Planejamento dos 13 encontros para realização do desenvolvimento da pesquisa.

Título da pesquisa: Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental.

Pesquisadora: Camilla Xavier Sousa

Cidade de realização da pesquisa: Formosa - GO

Período de realização: 2º Semestre /2023

Objetivo geral: Desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática.

Para o desenvolvimento da pesquisa, espera-se poder, em 13 encontros distintos, que serão ministradas em aulas de 50 minutos junto aos 27 estudantes. Assim, os momentos serão desenvolvidos conforme descrição abaixo:

1º Encontro

Nesse momento será apresentado aos estudantes o TCLE (Termo de Consentimento Livre e Esclarecido), que tem por finalidade apresentar aos sujeitos da pesquisa, o mais amplo esclarecimento sobre a investigação a ser realizada, seus riscos e benefícios, para que a sua manifestação de vontade, no sentido de participar (ou não), seja efetivamente livre e consciente. Em seguida, será entregue para cada estudante duas vias desse documento para que possam levar para casa, recolhendo a assinatura dos seus responsáveis para que possam devolver no outro dia. Além disso, os estudantes serão orientados a informar a seus responsáveis que, se tiverem dúvidas, poderão procurar à Professora-Pesquisadora para esclarecimentos.

2º Encontro

Neste momento será solicitado aos estudantes que entreguem à Professora-Pesquisadora o TCLE, assinado pelos responsáveis dando ciência a pesquisa que será realizada. É possível ainda que alguns responsáveis possam ir à escola para sondagem de dúvidas e maior esclarecimento do trabalho de pesquisa e seus documentos. Sendo essa função de total responsabilidade da Professora-Pesquisadora. Por conseguinte, será entregue para cada estudante o TALE (Termo de Assentimento Livre e Esclarecido), para que assinem o documento juntamente com a Professora-Pesquisadora. Antes da assinatura dos estudantes, será feita uma leitura do documento.

3º Encontro

A partir desta aula, dar-se-á início às atividades que farão uso de Resolução de Problemas, com foco no objetivo desta pesquisa. A aula terá início com a proposição de um primeiro problema.

Então, será entregue, para cada aluno, uma cópia impressa do primeiro problema 1. Em seguida, os estudantes deverão fazer uma leitura detalhada do problema, com o objetivo de entendê-lo e sanar, junto à Professora-Pesquisadora, qualquer dúvida sobre o seu enunciado. O objetivo dessa atividade será verificar se o estudante utilizará alguma estratégia de Resolução de Problemas, do nosso referencial teórico, principalmente, a de Reconhecimento de Padrões, ou seja, se ele já traz consigo alguma ideia de como usar uma estratégia para resolver problemas.

Problema 1
Fernanda depositou R$850,00 numa aplicação financeira a uma taxa de juros de 2% ao mês, no regime de juros simples. Após 5 meses, qual o valor do rendimento da aplicação de Fernanda? (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 4)

Uma possível solução (Utilizando a busca por padrão)

Primeiramente, vamos entender o significado de 2% de R$ 850,00. 2% de juros significa juros de R$ 2,00 a cada R$ 100,00 aplicados. Assim, R$ 100,00 aplicados produz juros de R$ 2,00; R$ 200,00 aplicados produz juros de R$ 4,00; R$ 300,00 aplicados produz juros de R$ 6,00 e assim por diante. Com isso, é possível perceber o seguinte padrão: Os juros de um capital podem ser determinados multiplicando o capital pela taxa percentual e dividir por 100 o produto obtido. Com isso, R$ 850,00 produz juros de $(850 \cdot 2) \div 100 = 17$, ou seja, R$ 850,00 produz R$ 17,00 de juros. Observe que a taxa percentual é mensal, logo esses juros referem-se a apenas um mês. Como a capitalização é em juros simples, isto é, juros não produz juros, pode-se perceber que os juros acumulados em 5 meses seriam $17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 5 \cdot 17 = 85$. Portanto o resultado do problema é R$ 85,00. Conclui-se então, que um capital C, a uma taxa percentual i, em um período t, produz juros J, determinados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}.$$

Comentários

A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 1 pode ser resolvido com a estratégia Busca por Padrão, ou pelo menos, que ela possa ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. A princípio, não se espera que os estudantes resolvam da maneira proposta, porém espera-se que eles percebam padrões existentes no conteúdo trabalhado e que eles podem usa-los para ajudar no processo de resolução. Gostaríamos de observar também que esse processo pode tornar a aula mais significativa, pois a percepção de padrões pode ser utilizada na formalização de procedimentos e de fórmulas matemáticas. Com isso, ao invés do professor apresentar a fórmula para os alunos, ele leva os estudantes a conceberem essa fórmula.

Problema 2[5]

Zezinho das Couves abriu uma caderneta de poupança no Banco Roubo Certo e depositou R$12.000,00. Considerando que a taxa da caderneta de poupança era de 2,5% a.m., com juros simples. Ao final de 7 meses, quanto Zezinho tinha no banco?

Uma possível solução (Utilizando a busca por padrão)

Inicialmente, faremos uma elucidação sobre o significado de 2,5% de R$ 12.000,00. 2,5% de juros significa R$ 2,50 a cada R$ 100,00 aplicados, que é equivalente a juros de R$ 5,00 a cada R$ 200,00 aplicados. Com isso, R$ 200,00 aplicados gera um juro de R$ 5,00; R$ 400,00 aplicados produz juros de R$ 10,00; R$ 600,00 aplicados produz juros de R$ 15,00 e assim por diante. Logo, é possível perceber o seguinte padrão: Os juros de um capital podem ser determinados por meio da centésima parte do produto do capital aplicado pela taxa percentual. Com isso, R$ 12.000,00 produz juros de (12.000 · 2,5) ÷ 100 = 300, ou seja, R$ 12.000,00 produz R$ 300,00 de juros. Observe que a taxa percentual é mensal, logo esses juros referem-se apenas um mês. Como a capitalização é em juros simples, isto é, juros não produz juros, pode-se perceber que os juros acumulados em 7 meses seriam 300 + 300 + 300 + 300 + 300 + 300 + 300 = 7 · 300 = 2.100. Diante disso, o juro acumulado no período em que foi aplicado é de R$ 2.100,00. De maneira geral, um capital C, a uma taxa percentual i, em um período t, produz juros J, determinados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}.$$

Infere-se, portanto, que para determinar o Montante que Zezinho tinha no banco ao final do período é R$ 12.000,00 + R$ 2.100,00 = R$ 14.100,00, tendo sua determinação através da formulado do montante que é dada por:

$$M = C + J = C + \frac{C \cdot i \cdot t}{100} = \frac{C\,(1 + i.t)}{100}.$$

[5] Elaborado pela autora.

Comentários

Nesse problema, apesar do objetivo ser desenvolver habilidade do aluno, ou seja, ensina-lo a resolver problemas por meio da estratégia Busca por Padrão, intenciona-se também utilizar a estratégia para levar o aluno a conceber conceitos importantes do conteúdo Matemática Financeira, como o significado de taxa percentual de juros e de onde se originam as fórmulas para o cálculo de juros e de montante. A priori, não é esperado que todos os estudantes consigam perceber os padrões descritos na solução apresentada. Como já enfatizamos, nesta pesquisa buscaremos entender como os estudantes reagem diante de um problema. É possível que esse problema seja resolvido de outra maneira, com o uso de outra estratégia, ou até mesmo de maneira mecanizada, ou seja, por meio de alguma fórmula ou procedimento que o estudante já aprendeu anteriormente. Neste caso, por meio de questionamentos, a Professora-Pesquisadora, em um momento oportuno, buscará fazer com que o estudante reflita sobre o processo que ele utilizou para resolver o problema e perceba a necessidade de, sempre que possível, apresentar uma justificativa para sua resolução. Ressaltamos que ainda neste momento a professora-pesquisadora fará um mínimo de interferência possível no processo de Resolução de Problemas, ou seja, ela deverá apenas observar e ajudar o estudante a entender o problema proposto, porém posteriormente este problema será retomado, dessa vez com uma discussão coletiva a respeito da aplicação da estratégia mencionada.

4° Encontro

Nessa aula o foco será os problemas 1 e 2 da aula anterior, dando ênfase na estratégia Busca por Padrão. Nessa aula serão observadas também outras estratégias que possivelmente possam surgir na resolução de algum estudante. A dinâmica dessa aula será a Professora-Pesquisadora colocar o problema no quadro e, se algum aluno tiver resolvido usando a estratégia *Busca por Padrão*, a professora poderá chamar o estudante para apresentar sua estratégia e a partir daí começar uma discussão sobre o processo de Resolução de Problemas enfatizando essa estratégia. Entretanto caso nenhum aluno tenha feito o uso dessa estratégia, a professora guiará com base em uma possível solução apresentada na terceira aula, no entanto buscando envolver ao máximo a participação dos estudantes enquanto discorre sobre como se pode procurar um padrão e, a partir dele, produzir uma generalização desse problema, a qual poderá ser utilizada a outros problemas similares. Ressaltamos que o objetivo dessa aula será levar os estudantes a perceber essa estratégia e concebê-la, ou seja, apropriar das ideias inerentes à Busca por Padrões e conseguir fazer uso delas para resolver outros problemas.

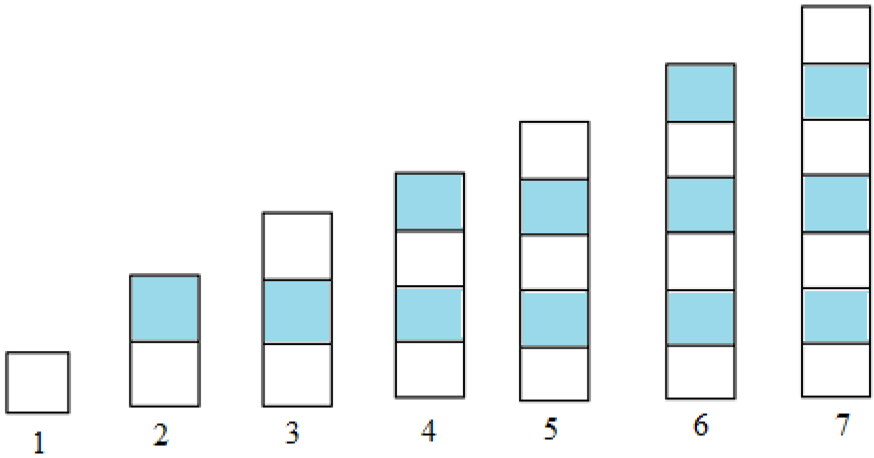
5º Encontro

O objetivo dessa aula é avaliar se os estudantes apropriaram das ideias trabalhadas nas duas primeiras aulas, ou seja, da estratégia Busca por Padrões. Para isso, será entregue aos estudantes o problema 3. Durante a resolução desse problema, por parte dos alunos, a Professora-Pesquisadora, observará a fala dos estudantes, material escrito, gestos, engajamento no processo de resolução etc., procurando levantar evidências sobre a apropriação, desses estudantes, de ideias relacionadas à estratégia proposta.

Problema 3[6]

Considere a sequência de figuras:

Figura 3 - Sequência de quadrados



Fonte: Elaborado pela autora

Supondo que a regularidade observada na formação dessa sequência permaneça a mesma, determine o número de quadrados brancos nas figuras de número 132 e 201.

Uma solução esperada (Utilizando a busca por padrão)

Observe que cada linha de debaixo para cima, sempre tem quadrinhos da mesma cor, por exemplo: A primeira linha é composta apenas por quadrados brancos. A segunda linha alterna entre quadrados brancos e pretos. A terceira linha é composta apenas por quadrados brancos novamente. Esse padrão continua alternando entre linhas com quadrados brancos e linhas de quadrados pretos. Observe também que as figuras que tem números pares, possuem a mesma quantidade de quadrados pretos e quadrados brancos. Outro padrão seria em relação ao número de quadrados em cada figura, ou seja, figura 1: um quadrado, figura 2: dois quadrados, figura três: três quadrados, e assim por diante, então na figura 132 temos 132 quadrados. Como 132 é par, temos 66 brancos e 66 pretos. Nos ímpares sempre tem um quadrado branco a mais, então

[6] Elaborado pela autora

na figura 200 eu tenho 100 brancos e 100 pretos, logo na 201 eu teria um branco a mais, ou seja, 100 + 1 = 101 quadrados brancos.

Comentários

É imprescindível ressaltar que não se espera que todos os estudantes sejam capazes de identificar os padrões mencionados na solução apresentada. É possível que os estudantes abordem o problema de maneiras distintas, utilizando estratégias diversas ou até mesmo aplicando fórmulas ou procedimentos automatizados que já tenham aprendido anteriormente. Nessas circunstâncias, a Professora-Pesquisadora empregará questionamentos para estimular os estudantes a refletirem sobre o processo empregado para solucionar o problema e a reconhecerem a importância de justificarem suas respostas sempre que possível. É relevante frisar que, nessa fase, a Professora-Pesquisadora adotará uma postura de intervenção mínima no processo de Resolução de Problemas, limitando-se a observar e encorajar os estudantes. Posteriormente, o problema será revisado em uma discussão coletiva, fomentando uma reflexão conjunta acerca da aplicação da estratégia mencionada

6º Encontro

Nesta aula, vamos começar com a apresentação do problema 4. Cada aluno receberá uma cópia impressa do problema 4. Em seguida, os estudantes devem fazer uma leitura minuciosa do problema, com o objetivo de compreendê-lo completamente e esclarecer, junto à Professora-Pesquisadora, qualquer questionamento sobre o seu enunciado. O propósito dessa atividade é avaliar se os estudantes irão empregar alguma estratégia de Resolução de Problemas, com base em nossa referência teórica, principalmente o Raciocínio Lógico, ou seja, se eles já possuem alguma ideia sobre como utilizar uma estratégia para solucionar problemas.

Problema 4[7] Três irmãos estão discutindo sobre suas idades. Suas idades somadas resultam em 27 anos. O mais velho afirma ser o dobro da idade do irmão do meio, enquanto o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um dos três irmãos?

Uma possível solução (Utilizando Raciocínio Lógico)

[7] Elaborada pela autora

Para resolver esse problema, podemos começar atribuindo variáveis às idades dos irmãos e usar o raciocínio lógico para determinar as relações entre elas. A soma das idades deve ser igual a 27 anos. Com isso podemos chamar as idades dos três irmãos de A, B e C, respectivamente de:
Expressão 1: A soma das idades dos três irmãos é 27: $A + B + C = 27$.
Expressão 2: O irmão mais velho afirma ter o dobro da idade do irmão do meio: $A = 2B$.
Expressão 3: O irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo: $B = 3C$.
Agora, podemos substituir as expressões (2) e (3) na expressão (1) para encontrar a idade dos irmãos:

$$A + B + C = 27 \text{ Substituindo } A = 2B \text{ e } B = 3C\text{, temos:}$$

$$2B + 3C + C = 27$$

$$2B + 4C = 27$$

Agora, podemos usar a estratégia de tentativa e erro para encontrar a combinação de números inteiros que satisfaça essa equação. Vamos começar com $B = 5$ e $C = 2$:

$$2(5) + 4(2) = 10 + 8 = 18 \text{ (não é igual a 27)}$$

Podemos tentar outra combinação: $B = 9$ e $C = 3$:

$$2(9) + 4(3) = 18 + 12 = 30 \text{ (não é igual a 27)}$$

Por tentativa e erro, podemos encontrar que $B = 6$ e $C = 2$, que satisfazem a equação:

$$2(6) + 4(2) = 12 + 8 = 20$$

Agora, podemos substituir o valor de $B = 6$ na equação (2) para encontrar A:

$$A = 2B = A = 2\ (6)$$

$$A = 12$$

Portanto, as idades dos três irmãos são: $A = 12$, $B = 6$ e $C = 2$. O irmão mais velho tem 12 anos, o irmão do meio tem 6 anos e o irmão mais novo tem 2 anos. Este é um problema de matemática fácil que requer raciocínio lógico para determinar a idade dos três irmãos.

Comentários

A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 4 pode ser resolvido com a estratégia Raciocínio Lógico, ou pelo menos, que ela possa ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. É importante observar que existem várias maneiras de resolver problemas e diferentes estratégias podem ser empregadas pelos estudantes. Ao apresentar esse problema com o raciocínio lógico, espera-se que os estudantes percebam as conexões lógicas entre os elementos do problema e que possam utilizá-las para auxiliar no processo de resolução. Além disso, acredita-se que essa abordagem possa tornar a aula mais significativa, pois os estudantes podem desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos e aplicar o raciocínio lógico em outros contextos. Assim, observar as reações dos estudantes diante desse problema pode fornecer informações valiosas sobre sua capacidade de raciocínio e sua compreensão do conteúdo trabalhado. No entanto, é importante lembrar que os estudantes podem abordar o problema de maneiras diferentes e que outras estratégias também podem ser eficazes. A variedade de estratégias e soluções pode enriquecer a discussão em sala de aula e fornecer uma oportunidade para os estudantes compartilharem seus diferentes pontos de vista.

7º Encontro

Nessa aula, será distribuída uma cópia impressa do problema 5 para cada aluno. Em seguida, os estudantes deverão realizar uma leitura minuciosa do problema com o objetivo de compreendê-lo. A finalidade dessa atividade é avaliar se os alunos empregarão alguma estratégia de Raciocínio Lógico para a Resolução de Problemas, conforme o referencial teórico utilizado, em particular a estratégia Raciocínio Lógico. Ou seja, busca-se verificar novamente se eles possuem alguma ideia sobre como utilizar uma estratégia de raciocínio lógico para resolver problemas

Problema 5[8]

Três amigos (Huguinho, Zezinho e Luisinho) estão participando de uma competição de quebra-cabeças. Cada um deles resolveu um quebra-cabeça diferente e conseguiu um tempo diferente para concluir. (quebra cabeça 1, quebra cabeça 2 e quebra cabeça 3).

Informação 1 - O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido.

Informação 2 - Zezinho terminou antes de Luisinho.

Descubra a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu.

Uma possível solução (Utilizando Raciocínio Lógico)

Podemos resolver esse problema utilizando a estratégia de Raciocínio Lógico. Primeiro vamos analisar as informações fornecidas. O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido. Isso significa que Huguinho não terminou em primeiro lugar, mas também não terminou em último lugar. Portanto, ele está na posição do meio. Zezinho terminou antes de Luisinho. Zezinho não terminou em último lugar, o que significa que ele está na posição do meio ou em primeiro lugar.

[8] Elaborado pela autora

Como Huguinho está na posição do meio, Zezinho deve estar em primeiro lugar. Agora, temos Zezinho em primeiro lugar. Vamos atribuir os quebra-cabeças a cada pessoa:

- Zezinho: Quebra-cabeça 1

Agora, resta determinar a posição de Huguinho e Luisinho. Como Huguinho está na posição do meio e Zezinho está em primeiro lugar, Luisinho deve estar em último lugar.

- Luisinho: Quebra-cabeça 3

Isso significa que Huguinho está na posição do meio e resta apenas um quebra-cabeça disponível.

- Huguinho: Quebra-cabeça 2

Agora temos a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu: Zezinho - Quebra-cabeça 1, Huguinho - Quebra-cabeça 2 e Luisinho - Quebra-cabeça 3. Essa é a solução do problema, com Zezinho terminando em primeiro lugar, Huguinho em segundo lugar e Luisinho em terceiro lugar, cada um resolvendo um quebra-cabeça diferente.

Comentários

Observe, que uma possível solução apresentada, para o Problema 5, demonstrou como o Raciocínio Lógico foi aplicado para determinar a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu. Esse exemplo ilustra como a estratégia de Raciocínio Lógico pode ser utilizada para abordar problemas de lógica, levando em consideração as relações no enunciado. Sendo assim, é importante ressaltar que existem diferentes formas de resolver problemas, e outras estratégias também podem ser aplicadas, dependendo do contexto e das características do problema em questão. O Raciocínio Lógico é apenas uma das estratégias possíveis e pode ser combinado com outras estratégias para obter uma solução eficiente e precisa.

8° Encontro

A dinâmica proposta para essa aula visa estimular a participação ativa dos estudantes na resolução de problemas, enfatizando a estratégia de raciocínio lógico. O objetivo é levar os estudantes a perceberem e se apropriarem dessa estratégia, utilizando-a para resolver problemas e desenvolver habilidades de pensamento crítico e lógico. A Professora-Pesquisadora, apresentará os problemas no quadro, que foram resolvidos anteriormente pelos estudantes, destacando a importância de analisar as informações fornecidas e identificar conexões lógicas entre os elementos do problema. Em seguida será feita uma discussão sobre a estratégia de raciocínio lógico, sendo assim, a Professora-Pesquisadora irá estimular os estudantes a compartilharem suas resoluções, buscando identificar se algum aluno utilizou a estratégia de

Raciocínio Lógico. Se algum aluno tiver utilizado essa estratégia, ele é convidado a apresentar sua abordagem. A partir daí, a turma inicia uma discussão sobre o processo de Resolução de Problemas, enfatizando o uso do raciocínio lógico como uma estratégia eficaz. Caso nenhum aluno tenha utilizado explicitamente a estratégia de raciocínio lógico, a professora poderá guiar a discussão, destacando os elementos lógicos presentes no problema. A ideia é envolver ao máximo a participação dos estudantes, estimulando-os a compartilhar outras estratégias que possam ter surgido durante a resolução dos problemas, com ênfase nas conexões lógicas envolvidas. Serão destacados os benefícios de analisar a lógica dos problemas, identificar padrões e utilizar dedução e indução para chegar a soluções consistentes. Sendo assim, o objetivo dessa aula será de desenvolver a habilidade de identificar e utilizar conexões lógicas, permitindo que os estudantes apliquem o raciocínio lógico de forma autônoma em diferentes contextos e problemas. Essa abordagem pedagógica permite que os estudantes se envolvam ativamente na resolução de problemas, compartilhando suas estratégias e aprendendo com os colegas. Ao enfatizar o raciocínio lógico, os estudantes têm a oportunidade de perceber sua importância e aplicabilidade em diferentes problemas matemáticos, promovendo o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico, análise lógica e dedução.

9° Encontro

O objetivo dessa aula é avaliar se os estudantes internalizaram as ideias trabalhadas na aula 8, especificamente em relação à estratégia de raciocínio lógico. Para isso, será fornecido aos estudantes o problema 6, de forma impressa. Durante a resolução desse problema, pelos alunos, a Professora-Pesquisadora observará atentamente a comunicação verbal dos estudantes, seus registros escritos, gestos, envolvimento no processo de resolução, entre outros aspectos. O objetivo é coletar evidências sobre a apropriação, por parte dos estudantes, das ideias relacionadas à estratégia de raciocínio lógico proposta.

Problema 6

“Na Rua das Cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura.” (OBMEP, 2018, p. 4)

Figura 4 - Imagem que representa o problema 6

Fonte: OBMEP 2018

• As casas vermelha e verde são vizinhas.

• As casas amarela e azul também são vizinhas.

• A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.

• A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

Uma solução esperada (Utilizando Raciocínio Lógico)

A casa rosa não pode estar em uma das duas pontas da rua pois ela possui duas vizinhas e as casas dos extremos (1 e 5) só possuem uma casa vizinha. A casa rosa também não pode ser a casa 2 pois, já que as casas azul e verde são suas vizinhas, então: Se a casa 1 for azul, a casa amarela não poderia ser vizinha da azul, o que contraria o enunciado. Se a casa 1 for verde, a casa vermelha não poderia ser vizinha da casa verde, o que também contraria o enunciado. A mesma maneira de pensar nos mostra que a casa rosa também não pode ocupar a casa de número 4. Logo, a casa rosa é a central, a de número 3. Como as casas azul e verde são vizinhas da rosa, há duas possibilidades para o ordenamento das casas:

1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha ou

1 – vermelha, 2 – verde, 3 – rosa, 4 – azul, 5 – amarela

Como a casa 5 não pode ser a amarela, as casas estão dispostas na seguinte ordem:

1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha e, portanto, a casa de número 4 tem cor verde.

Figura 5 - Ordenamento das casas

Fonte: OBMEP 2018

Comentários

Ao tentarem resolver o problema 6, os estudantes terão a oportunidade de aplicar o raciocínio lógico, buscando identificar padrões, relações e lógica subjacentes aos elementos do problema. A Professora-Pesquisadora estará atenta para observar se os estudantes utilizam o raciocínio lógico, se conseguem identificar padrões relevantes, se fazem suposições e testam suas hipóteses, e como se envolvem no processo de resolução do problema. Com base nessas observações, a Professora-Pesquisadora poderá coletar evidências sobre a apropriação dos estudantes em relação à estratégia de raciocínio lógico. Isso inclui verificar se os estudantes utilizam o raciocínio lógico de maneira apropriada, se conseguem identificar e aplicar padrões relevantes para a resolução do problema, se são capazes de generalizar as ideias aprendidas e se demonstram compreensão do processo de resolução de problemas baseado em raciocínio lógico. Essa avaliação permitirá à Professora-Pesquisadora analisar o progresso dos estudantes em relação à estratégia de raciocínio lógico, identificar possíveis desafios e planejar intervenções pedagógicas adequadas para apoiar o desenvolvimento das habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas dos estudantes.

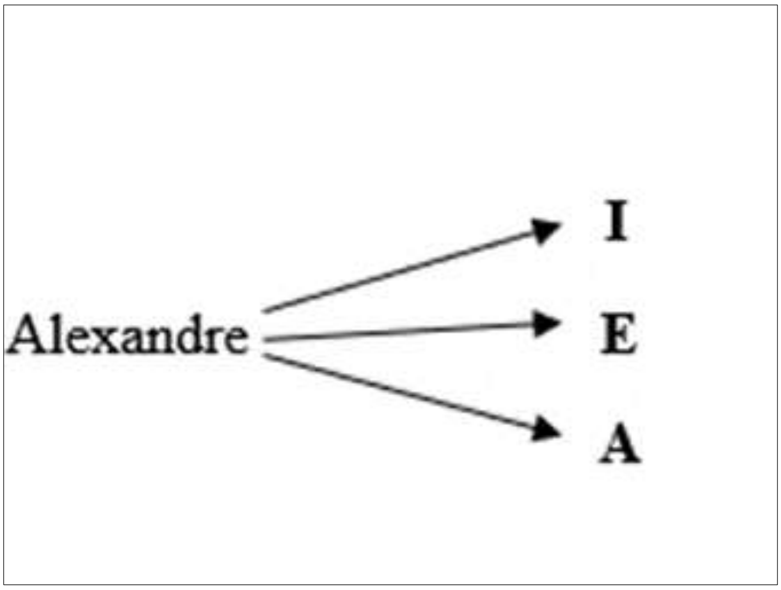
10° Encontro

A priori, será entregue aos estudantes, de forma impressa, o Problema 7, com o objetivo de verificar se eles irão utilizar alguma estratégia de Resolução de Problemas, em particular a estratégia de Fazer um Desenho ou Representação Visual. A expectativa é que alguns estudantes optem por representar as informações do problema por meio de desenhos ou representações visuais. Ao utilizar essa estratégia, espera-se que os estudantes possam visualizar melhor as relações e padrões presentes no problema, facilitando a compreensão e a busca por soluções. Além disso, o uso de Desenho ou Representação Visual pode ajudar a estimular o pensamento criativo e a construção de modelos mentais, promovendo uma abordagem mais visual e intuitiva para a resolução de problemas. Durante a aula, a Professora-Pesquisadora irá acompanhar o trabalho dos estudantes, observando suas representações visuais e suas discussões. Essa aula busca incentivar os estudantes a desenvolver suas habilidades de visualização e representações visuais, além de promover o pensamento criativo e a resolução de problemas de forma mais envolvente e significativa.

Problema 7
Alexandre é um grande executivo. Para melhorar ainda mais suas chances no mercado, ele vai fazer um curso em que terá de escolher dois idiomas para estudar. Um deles deve ser escolhido entre inglês, espanhol e alemão. Já o outro deverá ser escolhido entre mandarim e hindi. De quantas maneiras diferentes Alexandre pode fazer sua escolha? (AZEVEDO; ALVES; MONTEIRO, 2023, p. 5)

Uma possível solução (Fazendo um Desenho ou Representação Visual)
Para resolver esse problema, podemos utilizar a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual representando o problema 7 por um diagrama de árvore como o descrito a seguir. Para a primeira escolha, Alexandre tem 3 opções: inglês (I), espanhol (E) ou alemão (A).

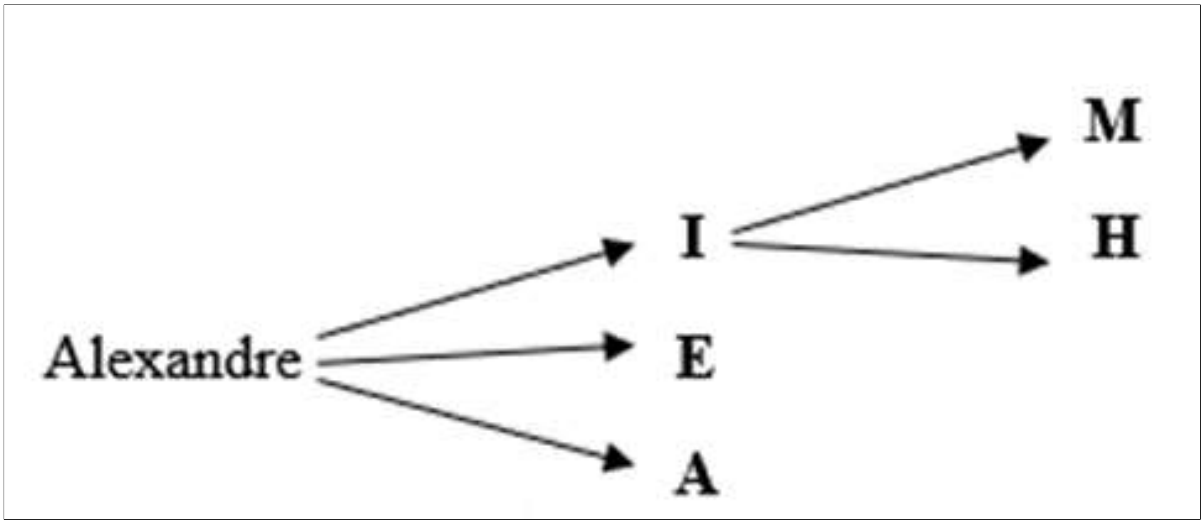
Figura 6 - Primeira combinação de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Caso tenha escolhido inglês como primeira opção, sua segunda escolha pode ser mandarim (M) ou hindi (H).

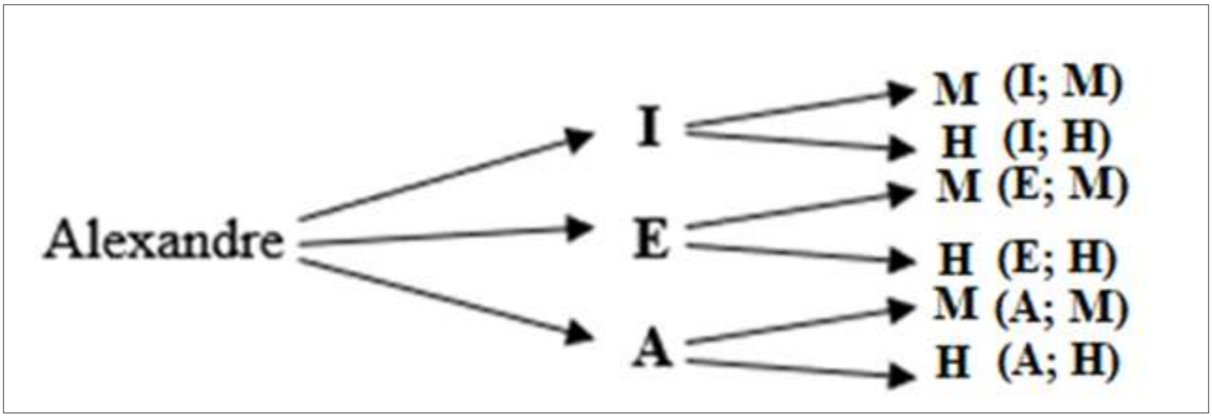
Figura 7 - Outras combinações de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Se a primeira escolha for espanhol ou alemão, teremos um raciocínio análogo. Então:

Figura 8 - Todas as possibilidades de escolha de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Logo, Alexandre terá 6 opções de escolha. Outro modo de resolver esse problema é observarmos que, para cada escolha feita por Alexandre como primeira opção, ele poderá fazer duas escolhas para a segunda opção. O total de modos de escolher os idiomas será, então, 2 + 2 + 2 ou $3 \cdot 2 = 6$ modos, uma vez que ele tem 3 opções para fazer a primeira escolha e duas opções para fazer a segunda.

Comentários

Durante a resolução do problema 7, a Professora-Pesquisadora observará atentamente a forma como os estudantes utilizam a estratégia de desenho ou representação visual. Serão observados aspectos como a clareza e precisão das representações, a capacidade dos estudantes de extrair informações relevantes das visualizações, e como essas representações contribuem para a compreensão e solução do problema. A partir dessas observações, a Professora-Pesquisadora irá coletar evidências sobre a apropriação dos estudantes em relação à estratégia de desenho ou representação visual. Será verificado se os estudantes conseguem utilizar essa estratégia de forma eficaz, se são capazes de traduzir informações matemáticas em representações visuais adequadas, e se demonstram compreensão dos benefícios dessa abordagem para a resolução de problemas. Observe que o uso de desenhos ou representações visuais é uma estratégia eficaz para muitos estudantes na resolução de problemas, pois facilita a compreensão das informações, a visualização de padrões e a contagem de possibilidades. Essa estratégia também pode ajudar a desenvolver habilidades de visualização e raciocínio espacial, além de tornar o processo de resolução mais envolvente e intuitivo para alguns estudantes.

11° Encontro

Nesta aula, será apresentado o problema 8 na lousa. Os estudantes deverão copiar o enunciado para que possam analisar cuidadosamente as informações fornecidas. Acredita-se que alguns estudantes optem por fazer uma representação visual do enunciado, utilizando cores, formas, símbolos ou outros elementos visuais que possam ajudar a destacar as relações entre os elementos do problema. O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes utilizaram a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual para facilitar a compreensão do problema e auxiliá-los na busca por uma solução.

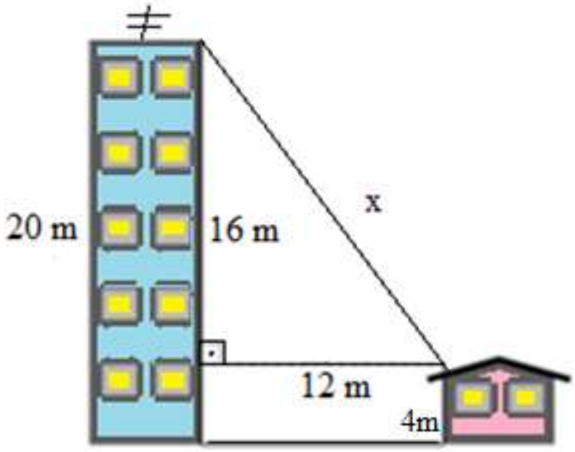
Problema 8

Joãozinho estava empinando pipa quando sua linha ficou presa no topo de um prédio de 20 m de altura e no telhado de uma casa ao lado, a 4 m de altura. Considerando que o terreno é horizontal e sabendo que a distância entre a casa e o prédio é de 12 metros, **DETERMINE** o comprimento da linha da pipa de Joãozinho. (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 93)

Uma possível solução (Fazendo um Desenho ou Representação Visual)

Podemos desenhar um retângulo para representar o prédio de 20 metros de altura e um retângulo menor para representar a casa de 4 metros de altura. Em seguida, desenhamos uma linha que representa a linha da pipa ligando o topo do prédio ao telhado da casa, com uma inclinação. Em nosso desenho, marcamos a distância de 12 metros entre a casa e o prédio. Agora, podemos identificar que o comprimento da linha da pipa é igual à hipotenusa de um triângulo retângulo formado pelas alturas do prédio e da casa, juntamente com a distância horizontal entre eles.

Figura 9 - Representação por desenho do problema 8



Fonte: Elaborado pela autora

Podemos considerar x o comprimento da linha da pipa de Joãozinho. A fórmula do Teorema de Pitágoras é: $c^2 = a^2 + b^2$, onde c é a hipotenusa e a e b são os catetos. No nosso caso, a distância entre o prédio e a casa é o cateto a (12 metros) e a linha da pipa é a hipotenusa (comprimento que queremos descobrir). O cateto b é a diferença de altura entre o prédio e a casa (20 metros − 4 metros = 16 metros). Logo, em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa, ou seja,

$$x^2 = 12^2 + 16^2$$

$$x^2 = 144 + 256$$

$$x^2 = 400$$

$$x = \sqrt{400}$$

$$x = 20\ m.$$

A altura do prédio é maior que a altura da casa e a distância entre eles é de 12 metros, o que indica que a linha da pipa precisa ter um comprimento maior que essas medidas. Assim, a resposta de 20 metros é coerente com o problema apresentado. Portanto, o comprimento da linha da pipa de Joãozinho é de 20 metros.

Comentários

A estratégia de representação visual ou desenho é uma abordagem poderosa para resolver problemas, como mostrado. Ao utilizar essa estratégia, os estudantes podem criar um diagrama ou desenho que representa a situação do problema de forma visualmente clara.

No caso desse problema, desenhar o prédio, a casa e a linha da pipa permite aos estudantes visualizar as medidas envolvidas e as relações entre elas. O uso de formas geométricas e linhas ajuda a ilustrar o triângulo formado pela linha da pipa, a altura do prédio e a distância horizontal entre a casa e o prédio. Com a proposta do desenho, os estudantes podem identificar facilmente que o comprimento da linha da pipa é a hipotenusa do triângulo retângulo formado. O uso da estratégia de representação visual ou desenho nesse problema não apenas ajuda os estudantes a visualizar a situação de maneira mais concreta, mas também estimula o pensamento espacial e o raciocínio visual. Permite que os estudantes explorem o problema de forma mais engajada e intuitiva, facilitando a compreensão e a resolução do desafio proposto. Em resumo, o uso da estratégia de representação visual ou desenho nesse problema proporciona uma abordagem visualmente estimulante e envolvente para resolver o desafio, permitindo que os estudantes explorem o problema de maneira mais concreta e desenvolvam habilidades cognitivas importantes.

12° Encontro

Nesta aula, iremos abordar os problemas 7 e 8 trabalhados na aula anterior, com ênfase na estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual. Além disso, estaremos atentos a outras estratégias que os alunos possam ter utilizado na resolução desses problemas. A dinâmica proposta para essa aula será a seguinte: a professora irá apresentar o problema no quadro, e se algum aluno tiver resolvido utilizando a estratégia de Fazer um Desenho ou Representação Visual, a Professora-Pesquisadora terá a oportunidade de convidar esse estudante a compartilhar sua estratégia. A partir daí, iniciaremos uma discussão sobre o processo de Resolução de Problemas, enfatizando essa estratégia em particular. Caso nenhum aluno tenha utilizado essa estratégia, a professora irá guiar a aula com base em uma possível solução, buscando, no entanto, envolver ao máximo a participação dos estudantes. O objetivo dessa aula é fazer com que os estudantes percebam a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual e a compreendam, ou seja, que se apropriem das ideias a essa estratégia e sejam capazes de utilizá-la para resolver outros problemas.

13º Encontro

Nesta aula, será abordado o problema 9, que envolve a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual. Os alunos receberão esse problema impresso. O objetivo dessa aula será verificar se algum estudante se apropriou dessa estratégia após a resolução dos problemas 7 e 8. É importante ressaltar que existem outras abordagens para resolver esse problema, e posteriormente faremos a correção, destacando o uso de diferentes estratégias por parte dos alunos.

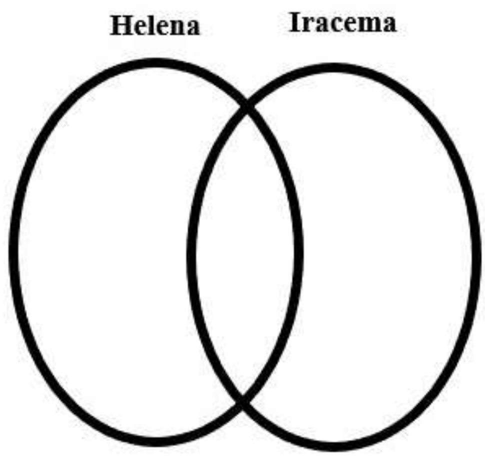
Problema 9

Um professor de Língua portuguesa sugeriu em uma sala de aula a leitura dos livros Helena, de Machado de Assis, e Iracema, de José de Alencar. Vinte alunos leram Helena, 15 leram só Iracema. 10 leram os dois livros e 15 não leram nenhum deles. Qual é o número de alunos nessa sala? (DANTE, 2016, p. 32)

Uma solução esperada (Fazendo um Desenho ou Representação Visual)

Com base nas informações contidas no texto, é possível determinar a existência de dois conjuntos: o conjunto dos livros "Helena" de Machado de Assis e o conjunto dos livros "Iracema" de José de Alencar. Para a resolução desse problema, será utilizado o diagrama de Venn para ilustrar as operações de união, interseção e diferença entre conjuntos. Dados dois conjuntos: Helena e Iracema como mostra a seguir:

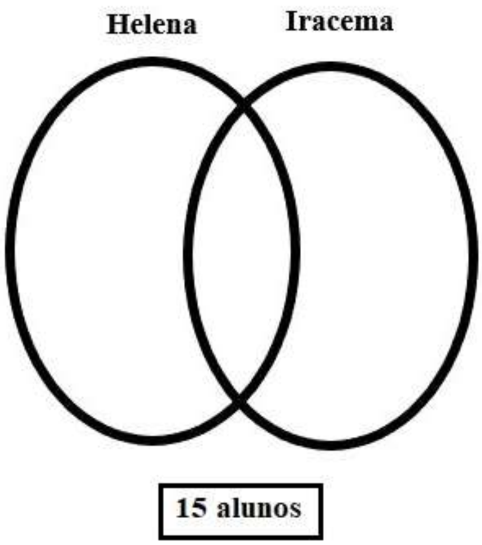
Figura 10 - Representação visual dos conjuntos Helena e Iracema pelo diagrama de Venn



Fonte: Elaborado pela autora

Realizando a distribuição dos valores, seguiremos com a seguinte disposição: primeiramente, vamos considerar a informação de que "15 alunos não leram nenhum dos dois livros". Esse valor será representado fora dos dois conjuntos, indicando que esses 15 alunos não pertencem a nenhum dos conjuntos, como mostrado a seguir:

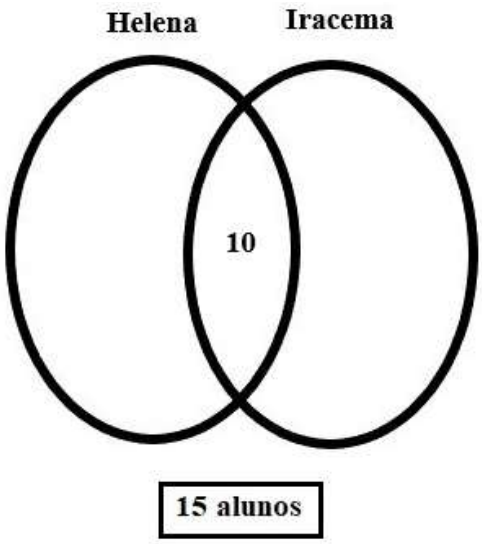
Figura 11 - Representação dos alunos que não pertencem a nenhum dos conjuntos



Fonte: Elaborado pela autora

Em seguida, o texto menciona que “10 alunos leram os dois livros”, o que indica a existência de uma interseção entre os dois conjuntos, pois há alunos que leram tanto o livro Helena quanto o livro Iracema. Isso pode ser ilustrado da seguinte forma:

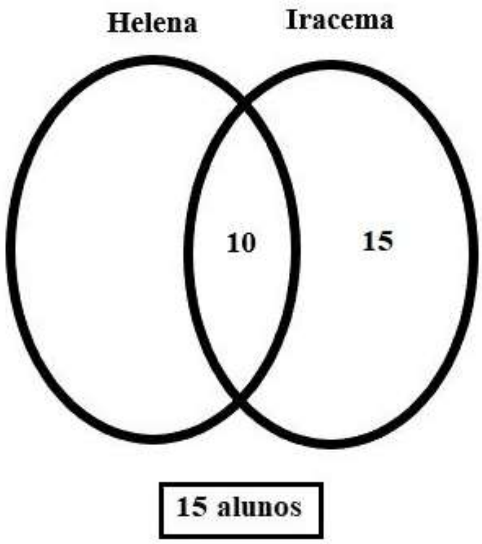
Figura 12 - Representação da interseção dos conjuntos Helena e Iracema



Fonte: Elaborado pela autora

Posteriormente, foi mencionado que 15 alunos leram apenas o livro Iracema, ou seja, eles não pertencem ao conjunto dos alunos que leram o livro Helena. Podemos representar essa informação da seguinte maneira:

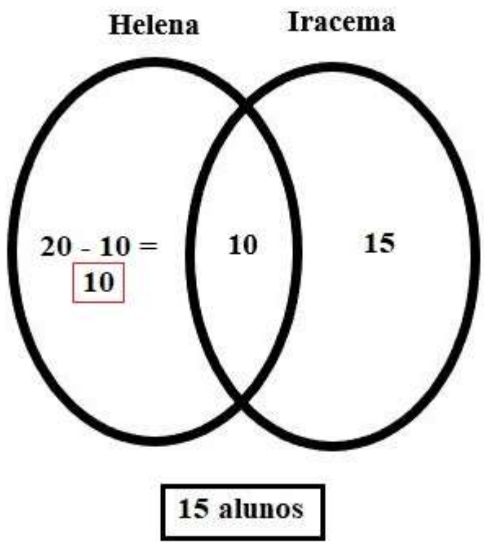
Figura 13 - Representação dos alunos que pertencem apenas ao conjunto de Iracema



Fonte: Elaborado pela autora

Diante disso, a última informação fornecida pelo texto foi que “20 alunos leram Helena”. Embora não tenha sido especificado se esses alunos leram apenas Helena ou também leram Iracema, podemos considerar que esses 20 alunos pertencem ao conjunto dos leitores de Helena. Assim, podemos representar essa informação da seguinte maneira:

Figura 14 - Representação dos alunos que leram somente o livro Helena



Fonte: Elaborado pela autora

Dessa forma, o número total de alunos na sala de aula é a soma dos elementos de todos os conjuntos, juntamente com os 15 alunos que não pertencem a nenhum dos conjuntos mencionados. Sendo assim, a soma que resultará no número total de alunos é: 10 + 10 + 15 + 15 = 50. Portanto, conclui-se que o número de alunos na sala é de 50.

Comentários

A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 9 pode ser resolvido com a estratégia de Desenho ou Representação Visual, ou pelo menos, que essa estratégia pode ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. A princípio, não se espera que os estudantes resolvam da maneira proposta, ou que achem uma solução, porém espera-se que eles percebam a utilidade da representação visual ao lidar com outras situações existentes no conteúdo trabalhado.

6 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

Neste capítulo, abordaremos a seleção e dos problemas aplicados. Em seguida, será descrito o processo de análise da culminância, com foco em nosso objetivo geral: desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental para resolver problemas de Matemática.

6.1 Implementação do Plano de Ensino

A execução deste trabalho implicou colocar em prática o Plano de Ensino que foi desenvolvido com o propósito de coletar evidências adequadas para responder à pergunta da pesquisa. Para alcançar esse objetivo, esse processo foi desmembrado em três momentos distintos: ação individual do aluno, sem a intervenção direta da Professora-Pesquisadora; plenária, com apresentação e discussão de possíveis estratégias de resolução de problemas; e avaliação, buscando identificar se houve apropriação das estratégias apresentadas.

O primeiro momento visou incentivar os alunos a utilizarem possíveis estratégias de resolução de forma autônoma, ou seja, os estudantes eram incentivados a resolver os problemas à sua maneira, sem intervenção direta da pesquisadora que pudesse orientá-los no processo de resolução ou que sugerisse alguma das estratégias esperadas por ela, a priori. A Professora-Pesquisadora atuou apenas desempenhando o papel de incentivadora encorajando os estudantes a resolverem os problemas por conta própria. Nesse contexto, o problema foi introduzido de maneira a estimular a independência e a iniciativa dos estudantes na busca por soluções. A Professora-Pesquisadora a todo momento atuou como um sujeito motivador, fornecendo orientação quando necessário, mas priorizando a autonomia dos estudantes em todo o processo de resolução. Essa abordagem promove o desenvolvimento das habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas, capacitando os alunos a enfrentarem desafios de forma mais independente e confiante.

O segundo momento foi a plenária, com foco na estratégia do problema proposto, com isso teve-se como objetivo permitir que os estudantes apresentassem suas abordagens e experiências na resolução do problema, destacando as estratégias que empregaram. Isso ofereceu a eles uma oportunidade valiosa para compartilhar *insights* e aprender com as diversas abordagens adotadas pelos outros colegas. Durante a plenária, os estudantes puderam descrever o processo de resolução, destacando as etapas, obstáculos enfrentados e, mais importante, suas estratégias utilizadas para resolver o problema. Além disso, a plenária pôde envolver discussões sobre possíveis estratégias alternativas que poderiam ter sido aplicadas, como aquelas evidenciadas no nosso referencial teórico. Isso incentivou a reflexão crítica e o pensamento colaborativo, à medida que os estudantes avaliam as diferentes abordagens e consideram novas perspectivas. Através dessa abordagem, a plenária não apenas valorizou a diversidade de soluções, mas também promoveu a compreensão mais profunda do processo de resolução de problemas, capacitando os estudantes a aprimorarem suas habilidades e estratégias na resolução de desafios futuros.

No terceiro momento, os alunos resolveram problemas que visavam verificar a apropriação das estratégias de resolução de problemas apresentadas nos momentos anteriores. Foi proposto aos estudantes um novo problema, seguindo a mesma estratégia e conceitos discutidos anteriormente. Esta avaliação permitiu que os alunos demonstrassem sua compreensão e uso das estratégias, bem como a capacidade de resolução autônoma. A avaliação não visava apenas a correção das respostas, mas também a análise do processo de resolução e a criatividade na abordagem do problema. Os estudantes foram incentivados a resolver o novo problema com confiança e autonomia, aplicando as estratégias discutidas nos momentos anteriores. Essa abordagem permitiu a consolidação do aprendizado e a verificação da eficácia das estratégias na resolução de problemas.

No próximo tópico, adentraremos em uma análise aprofundada dos encontros em sala de aula, nos quais a Professora-Pesquisadora esteve ativamente envolvida na implementação do Plano de Ensino, observação minuciosa e coleta de dados. Cada encontro foi documentado em detalhes, e os registros consistiam em dois componentes essenciais: a descrição englobando um registro completo dos acontecimentos. Isso inclui a introdução dos problemas, a interação dos alunos, as estratégias empregadas na resolução dos problemas, bem como os desafios e obstáculos que surgiram ao longo do processo, e o olhar da pesquisadora em relação ao comportamento dos alunos.

6.1.1 Os encontros

Os encontros ocorreram quando a Professora-Pesquisadora esteve presente em sala de aula, aplicando o Plano de Ensino, participando ativamente, observando e analisando cada acontecimento. Durante essas sessões, a Professora-Pesquisadora documentou tudo detalhadamente, utilizando mídia, como gravações de áudio e vídeo, bem como mantendo um diário de campo. Cada anotação no diário de campo incluía duas características principais:

- Descrição: Isso consiste em um relatório minucioso que abrangia todos os eventos e atividades que ocorreram em sala de aula, fornecendo um registro completo dos acontecimentos.
- Olhar da Pesquisadora: Esta seção contém observações baseadas na percepção da pesquisadora em relação ao comportamento dos alunos.

A Professora-Pesquisadora, com base na proposta desta pesquisa, buscava utilizar a Resolução de Problemas como agente metodológico para promover o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e, consequentemente, a expansão do conhecimento matemático.

A seguir faremos uma descrição detalhada de cada um dos encontros. Em certos momentos, iremos apresentar alguns diálogos que ocorreram entre os alunos e entre alunos e a Professora-Pesquisadora. Para garantir uma melhor organização e proteção da identidade dos estudantes, adotamos as seguintes convenções:

- A1, A2, ..., A27 representarão cada um dos estudantes que participaram dos diálogos;
- “P” será usado para denotar a Professora-Pesquisadora;
- A palavra “Alunos” será utilizada quando nos referirmos a comentários feitos por mais de um aluno, não necessariamente todos;
- (...silêncio) indicará momentos de pausa durante os diálogos;
- Qualquer escrita entre parênteses não fará parte dos diálogos, sendo apenas esclarecimentos para auxiliar o leitor na compreensão das conversas.

Vale ressaltar que, durante as descrições aqui apresentadas, faremos uma análise dos dados explicitados com o objetivo de levantar evidências que possam subsidiar nosso entendimento sobre o que de fato ocorreu neste processo de investigação e, com isso, alcançar o nosso objetivo. Também durante as descrições e análises, faremos uma interpretação das evidências levantadas com intuito de selecionar aquelas úteis ao nosso processo de investigação, descartando as irrelevantes e também aquelas que não conseguirmos interpretar.

No decurso da nossa análise, que foi minuciosamente detalhada ao final de cada descrição dos acontecimentos em sala de aula, buscamos apoio do nosso referencial teórico sobre a Resolução de Problemas para determinar se havia elementos suficientes que pudessem garantir se alguma estratégia, identificada e utilizada pelos alunos, estava dentro do nosso referencial teórico. Além disso, procuramos observar se os alunos, após tomar conhecimento de estratégias de resolução de Problemas, com base na fundamentação teórica, buscou fazer uso de alguma delas e se eles apropriaram de alguma.

1° Encontro

No primeiro encontro, que ocorreu em 14 de agosto de 2023, todos os 27 alunos matriculados estavam presentes. A Professora-Pesquisadora deu início à aula com uma apresentação expositiva e interativa, envolvendo diálogo com os alunos. Nesse momento, foi lido e apresentado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), no qual o propósito da pesquisa foi explicado aos alunos. Em seguida, foram distribuídas duas cópias desse documento para cada estudante, com a orientação de levá-las para casa, obter a assinatura de seus pais ou responsáveis, e devolvê-las no dia seguinte. Além disso, os alunos receberam instruções para comunicar a seus pais que, se tivessem dúvidas, poderiam procurar a Professora-Pesquisadora na escola, ou até mesmo mensagem ou ligação para esclarecimentos adicionais. Ressaltamos que houve outros acontecimentos em sala de aula, porém eles não fizeram parte do processo de investigação.

2° Encontro

No encontro do dia 15 de agosto de 2023, os alunos entregaram à Professora-Pesquisadora o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), Anexo A, devidamente assinado por seus pais ou responsáveis legais. Como esperado, alguns pais enviaram mensagens pedindo esclarecimentos sobre determinados aspectos do documento que não haviam compreendido completamente, e a Professora-Pesquisadora prontamente forneceu as explicações necessárias para sanar essas dúvidas.

Posteriormente, os estudantes receberam o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), Anexo B, no qual era necessário apenas que os alunos e a Professora-Pesquisadora assinassem. Antes da assinatura, o conteúdo desse documento foi lido em voz alta na sala de aula para garantir que todos tivessem pleno entendimento do seu conteúdo. Como aconteceu no primeiro encontro, as outras atividades decorridas neste encontro não fizeram parte deste processo de investigação.

3° Encontro

Este encontro teve sua realização no dia 16 de agosto de 2023, com um efetivo total de 27 estudantes, sendo 27 presentes e 0 faltas. A princípio a Professora-Pesquisadora verificou a organização do ambiente e conferiu a presença dos alunos para dar início na entrega dos problemas. Os dois primeiros problemas abordam sobre o conteúdo de juros simples, como mostram as figuras 15 e 16.

Figura 15 – Primeiro problema trabalhado em sala de aula

Problema 1 Fernanda depositou R$850,00 numa aplicação financeira a uma taxa de juros de 2% ao mês, no regime de juros simples. Após 5 meses, qual o valor do rendimento da aplicação de Fernanda?

Fonte: Alves; Monteiro; Melo (2022, p. 4)

Figura 16 – Segundo problema trabalhado em sala de aula

Problema 2 Zezinho das Couves abriu uma caderneta de poupança no Banco Roubo Certo e depositou R$12.000,00. Considerando que a taxa da caderneta de poupança era de 2,5% a.m., com juros simples. Ao final de 7 meses, quanto Zezinho tinha no banco?

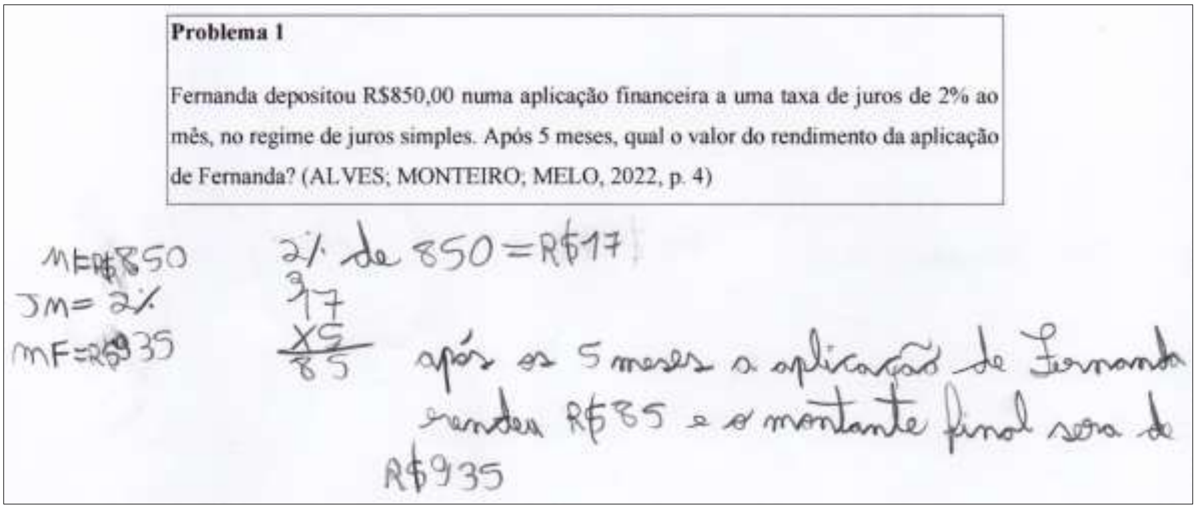
Fonte: Elaborado pela autora

No Plano de Ensino, apresentado no capítulo 5, os problemas 1 e 2 foram propostos com o objetivo de observar se os alunos já possuíam uma preconcepção da estratégia Busca por Padrão. Essa informação definiria novas ações da Professora-Pesquisadora, isto é, caso algum aluno utilizasse essa estratégia, no 4° encontro ele seria convidado a ir à lousa para apresentar sua solução, juntamente com a estratégia mencionada, observando seu raciocínio nesse processo de resolução. Se nenhuma resolução apresentada pelos alunos utilizasse a estratégia Busca por Padrão, a Professora-Pesquisadora, no 4º encontro, iria apresentar uma solução utilizando essa estratégia para promover uma discussão com o intuito de levar os alunos a conceberem esse método de resolução, também para sondar sobre as possíveis dúvidas e questionamentos relativos a esse método.

Dos 27 alunos presentes, apenas10 conseguiram resolver o problema 1. Os que não conseguiram, ou tentaram aplicar alguma fórmula, sem sucesso, ou buscaram alguma solução possível por tentativa e erro.

Todos os alunos que conseguiram resolver o problema 1 fizeram uso da estratégia Busca por Padrão. As figuras 17 e 18 trazem as resoluções dos estudantes A12 e A8.

Figura 17 – O problema 1 resolvido pelo aluno A12


Problema 1

Fernanda depositou R$850,00 numa aplicação financeira a uma taxa de juros de 2% ao mês, no regime de juros simples. Após 5 meses, qual o valor do rendimento da aplicação de Fernanda? (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 4)

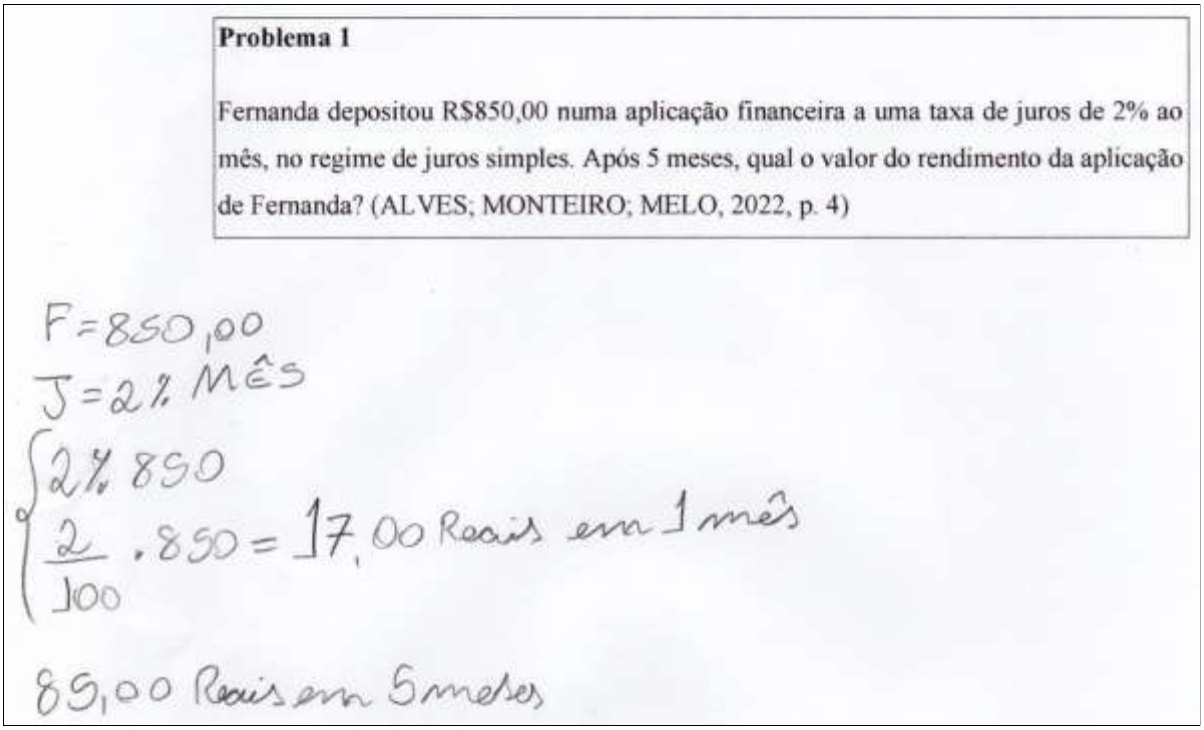
MI=R$850
JM= 2%
MF=R$935

2% de 850 = R$17
17
x5
85

após os 5 meses a aplicação de Fernanda rendeu R$85 e o montante final será de R$935

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 18 – O problema 1 resolvido pelo aluno A8


Problema 1

Fernanda depositou R$850,00 numa aplicação financeira a uma taxa de juros de 2% ao mês, no regime de juros simples. Após 5 meses, qual o valor do rendimento da aplicação de Fernanda? (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 4)

F=850,00
J=2% MÊS
2% 850
$\frac{2}{100} \cdot 850 = 17,00$ Reais em 1 mês

85,00 Reais em 5 meses

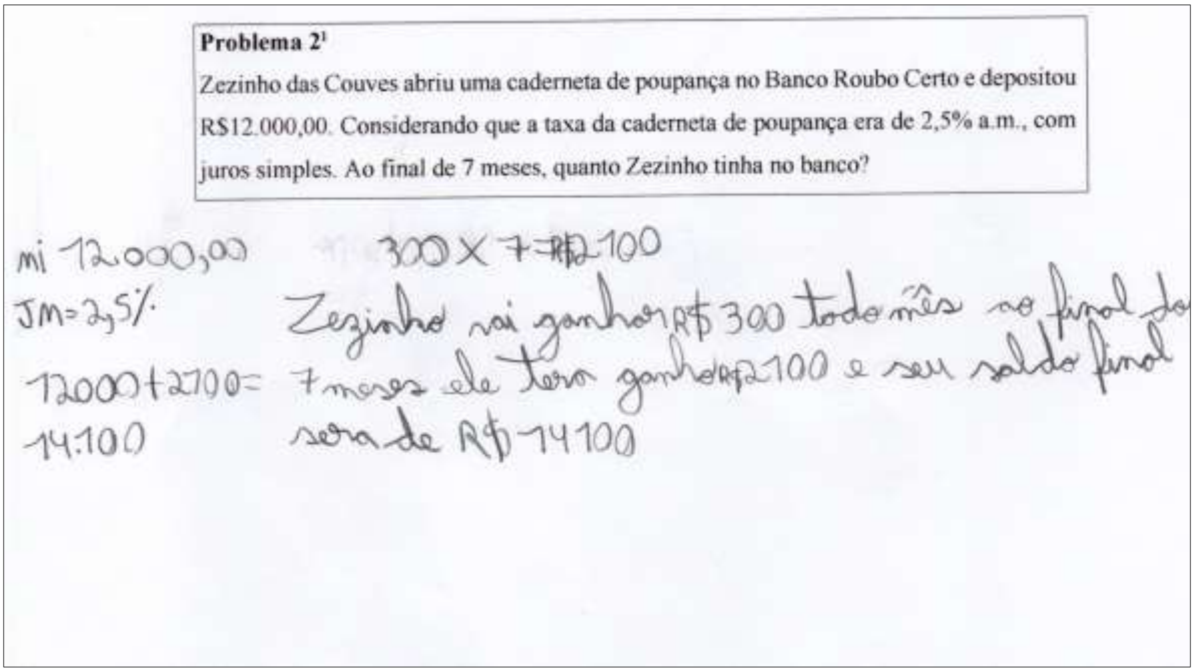
Fonte: Dados da pesquisa

Conforme as resoluções apresentadas nas figuras 17 e 18, feitas, respectivamente, pelos alunos A12 e A8, percebe-se que ambos utilizaram a estratégia Busca por Padrão. Com efeito, os alunos identificaram que o valor dos juros aplicados sobre o capital em cada mês permanecia constante em R$ 17,00 como foi calculado por eles. Com isso, eles perceberam que o juro total seria o acumulo desse valor obtido repetidamente durante 5 meses, ou seja, 5 x 17. É digno de nota que ambos os alunos empregaram a mesma estratégia, embora tenham utilizado abordagens de cálculo diferentes para alcançar o mesmo resultado.

Notamos que a estratégia Busca por Padrão pode ser concebida pelo estudante durante um processo de resolução de problemas feito à sua maneira, ou seja, a habilidade para usar essa estratégia não precisa ser necessariamente promovida pela a ação do professor, pois, como foi observado em sala de aula, durante a resolução do problema 1, o próprio estudante pode perceber padrões durante a leitura e reflexão do problema, e, principalmente, em suas tentativas de resolução. Diante disso, acreditamos, baseado nas nossas percepções e nos diálogos com os estudantes, que aqueles alunos que não conseguiram resolver o problema tiveram como causa o fato de não buscarem uma resolução a sua maneira, acreditando que a resolução só seria possível por meio de uma fórmula pronta ou com a utilização de uma outra resolução em que ele pudesse se espelhar.

No segundo problema, que também incorporou a estratégia Busca por Padrão, 19 alunos conseguiram determinar quanto Zezinho tinha no banco. Esses resultados destacam a influência positiva da estratégia Busca por Padrão na resolução desses problemas financeiros. Apresentamos a resolução feita pelo aluno A1 e aluna A5.

Figura 19 – O problema 2 resolvido pelo aluno A1



Problema 2[1]

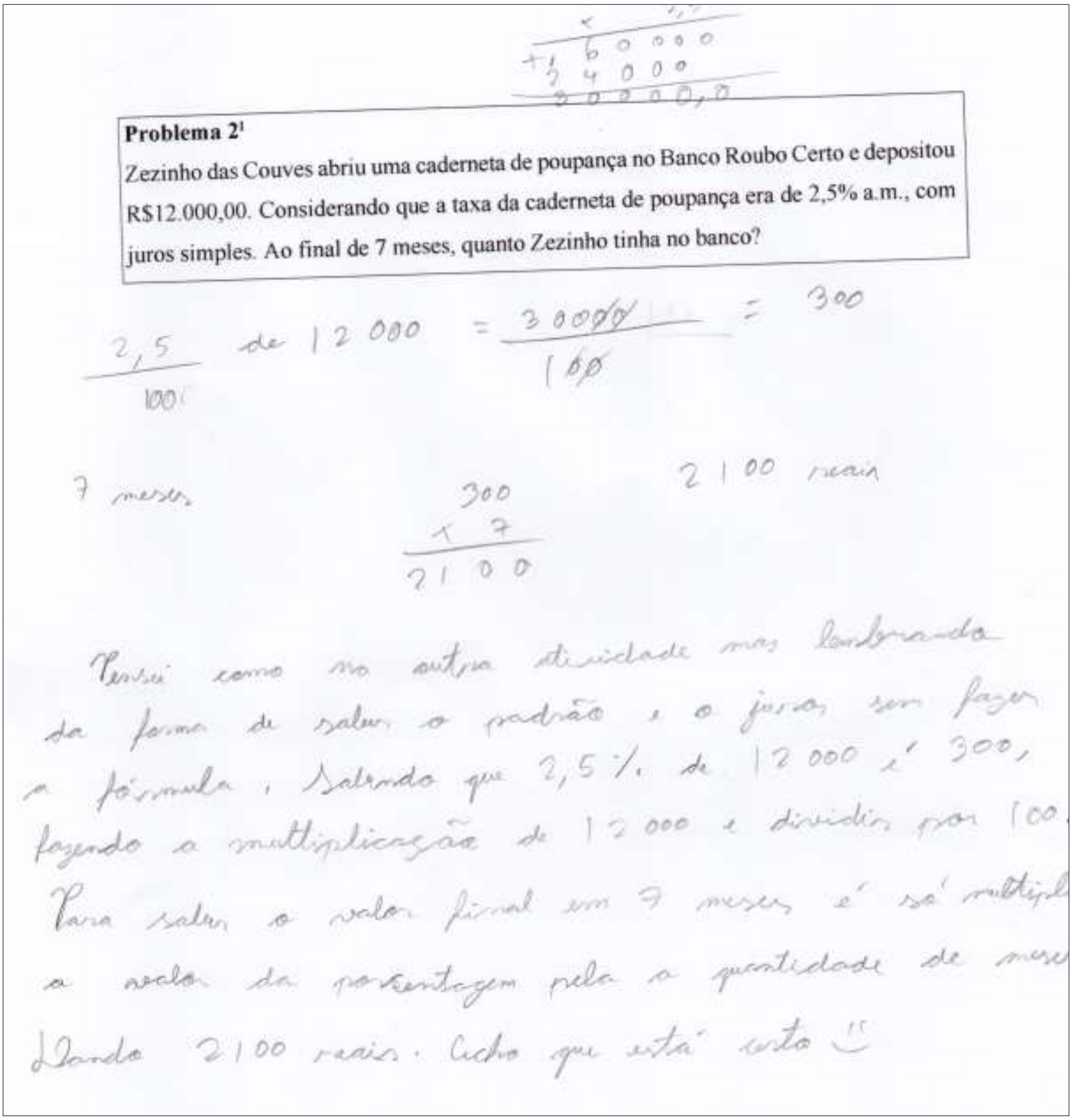
Zezinho das Couves abriu uma caderneta de poupança no Banco Roubo Certo e depositou R$12.000,00. Considerando que a taxa da caderneta de poupança era de 2,5% a.m., com juros simples. Ao final de 7 meses, quanto Zezinho tinha no banco?

mi 12.000,00
JM=2,5%
12000+2100=
14.100

300 x 7 = R$ 2.100
Zezinho vai ganhar R$ 300 todo mês no final do 7 meses ele terá ganho R$ 2100 e seu saldo final será de R$ 14100

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 20 – O problema 2 resolvido pela aluna A5



Problema 2[1]
Zezinho das Couves abriu uma caderneta de poupança no Banco Roubo Certo e depositou R$12.000,00. Considerando que a taxa da caderneta de poupança era de 2,5% a.m., com juros simples. Ao final de 7 meses, quanto Zezinho tinha no banco?

$\frac{2,5}{100}$ de 12 000 $= \frac{30000}{100} = 300$

7 meses

$300 \times 7 = 2100$

2100 reais

Pensei como na outra atividade mas lembrando da forma de saber o padrão e o juros sem fazer a fórmula, Sabendo que 2,5 % de 12 000 é 300, fazendo a multiplicação de 12 000 e dividir por 100. Para saber o valor final em 7 meses é só multipl a valor da porcentagem pela a quantidade de mese dando 2100 reais. Acho que está certo :)

Fonte: Dados da pesquisa

Na resolução do segundo problema, o aluno A1 executou todos os cálculos e aplicou de maneira correta a estratégia prevista pela Professora-Pesquisadora, como pode ser visto na figura 19. Já a aluna A5, também realizou os cálculos do problema, calculando corretamente os juros, e, ainda, explicou como utilizou a estratégia. No entanto, apesar de ter aplicado a estratégia conforme esperado pela Professora-Pesquisadora, a aluna não alcançou o resultado esperado, encontrando apenas o valor dos juros e não o montante. Reforçamos que seu método de resolução fez uso da estratégia Busca por Padrão.

Enfatizamos que um número maior de estudantes resolveu o problema 2. Isso se deve, fundamentado na nossa observação em sala de aula, ao fato de que os problemas 1 e 2 são semelhantes, consequentemente, demanda uma solução análoga. Diante disso, os estudantes que resolveram o problema 1 fizeram comentários a respeito de sua estratégia, por conseguinte alguns estudantes que não resolveram o problema 1, resolveram o problema 2 utilizando as informações obtidas sobre o problema 1. Acreditamos que essa troca de informação entre os colegas pode ser benéfica quando todos tem a preocupação de entender e se apropriar do processo de resolução, caso contrário isso poderá trazer consequências prejudiciais ao sistema de aprendizagem. Além disso, o uso de problemas similares também pode ser benéfico, pois serve para fortalecer ideias sobre o processo de resolução, fixar conhecimento e levar o estudante a apropriar de conceitos e procedimentos envolvidos no problema. No entanto, se isso não for trabalhado de maneira correta, em que o estudante tenha sempre um pensamento ativo e reflexivo, poderá acarretar um processo mecanizado, aquele em que o estudante coloca em prática um mesmo método de resolução de forma repetida e sem reflexão.

Um outro elemento que vale a pena destacar é a necessidade do entendimento correto do enunciado do problema, que se configura como o primeiro passo de Polya (2006). Isso apareceu nos dados da nossa pesquisa, como pode ser visto na figura 20, onde a estudante A5, apesar de ter utilizado corretamente a estratégia de resolução, não obteve o resultado correto pelo fato de não ter interpretado corretamente o que se devia determinar, chamado por Polya (2006) de “incógnita do problema”. Diante disso, ressaltamos que durante um trabalho em resolução de problemas, mesmo que, como foi no nosso caso, discutir estratégias, o professor sempre deve estar atento à todas as questões de resolução de problemas inerentes ao processo de ensino-aprendizagem. Isso fortalece nosso entendimento em relação à sobreposição das três abordagens apontadas por Schroeder e Lester (1989) durante o trabalho efetivo com resolução de problemas em sala de aula.

4° Encontro

No encontro realizado em 16 de agosto de 2023, a Professora-Pesquisadora e os alunos participaram de uma plenária, com o objetivo de discutir a estratégia Busca por Padrão, com base nos problemas 1 e 2, isto é, a Professora-Pesquisadora intencionava levar os estudantes a perceber que na resolução desses problemas eles fizeram o uso de uma estratégia, Busca por Padrão, bastante conhecida e citada pelos teóricos dessa área, como Larson (1983), Engel (1998) e Lam *et al.* (2011). A aula começou com uma retomada dos problemas 1 e 2, juntamente com a apresentação das resoluções feitas por estudantes em aulas anteriores, em seguida promoveu-se uma discussão a respeito dessas resoluções. Durante essa discussão, a professora destacou a importância de analisar as informações fornecidas e identificar as conexões lógicas entre os elementos do problema, destacando a Busca por Padrão como uma estratégia. Para uma compreensão mais clara de como isso ocorreu, apresentamos a seguir um diálogo exemplificativo com alguns alunos.

P: Alguém gostaria de comentar como realizou a resolução do problema 1? (...silêncio) O que acontece com o rendimento de cada mês no regime de juros simples?

A5: Ele é sempre o mesmo professora.

P: Exatamente. Pois a taxa de juros incide apenas sobre o valor inicial.

A12: Professora é só determinar o rendimento de um mês e depois multiplicar por 5 meses.

P: Exatamente! No caso de juros simples, como falei anteriormente, o rendimento a cada mês é constante, pois a taxa de juros incide apenas sobre o valor inicial.

A12: Professora foi o que eu fiz, calculei que o rendimento foi de R$ 17,00 por mês (Ele estava se referindo a 2% de 850,00).

P: E depois, o que você fez?

A12: Multipliquei por 5 e achei R$ 85,00 (Ele estava se referindo a R$17,00 multiplicado por 5 meses).

P: Isso mesmo! Você aplicou corretamente uma estratégia de resolução de problemas conhecida como Busca por Padrão, ou seja, identificou que o rendimento segue um padrão constante a cada mês, facilitando o cálculo sem a necessidade de usar uma fórmula pronta (...silêncio). E para o problema 2?

A1:É a mesma coisa professora.

P: Perfeito! Gostaria de comentar como você resolveu?

A1:Ok! Primeiro eu fiz o rendimento mensal e deu R$300,00 (Ele estava se referindo que R$12.000,00 x 0,025 = 300,00).

P: Correto! E depois?

A1:Multipliquei pelos 7 meses e achei R$ 2.100,00 (Referindo-se a R$300,00 x 7meses) e o saldo final R$ 14.100,00 (O aluno estava se referindo ao montante obtido por Valor Principal mais os Juros, ou seja, R$ 12.000,00 + R$ 2.100,00)

P: Essa forma de resolver o problema é, como eu disse anteriormente, uma aplicação da estratégia Busca por Padrão, identificando a constância do rendimento em juros simples (...silêncio). A estratégia Busca por Padrão é aplicável nos dois problemas porque, em *ambos os casos, a taxa de juros é aplicada de maneira constante ao longo do tempo. Vamos analisar cada um deles: No Problema 1, a taxa de juros, 2% ao mês, é constante. O rendimento mensal é calculado multiplicando o valor inicial pela taxa de juros. O padrão se repete a cada mês, permitindo que o rendimento total seja obtido somando o rendimento mensal em relação ao número de meses. No problema 2, a taxa de juros, 2,5% ao mês, é constante. O rendimento mensal é calculado multiplicando o valor inicial pela taxa de juros. O padrão se repete a cada mês, permitindo que o rendimento total seja obtido somando o rendimento mensal em relação ao número de meses. Além disso, o saldo final é encontrado somando o rendimento total ao valor inicial. Em ambos os casos, a constância da taxa de juros e a repetição do padrão ao longo do tempo possibilitam a aplicação da estratégia Busca por Padrão, simplificando o cálculo do rendimento total sem a necessidade de fórmulas mais complexas.*

A7: Sempre posso fazer isso?

P: A estratégia Busca por Padrão é uma abordagem eficaz em situações onde existe um padrão constante ou uma relação previsível entre as variáveis ao longo do tempo. Essa estratégia simplifica o processo de resolução de problemas, especialmente em casos de juros simples, onde a taxa é constante.

A7: Então depende do problema?

P: Em alguns contextos, pode haver variações nas taxas de juros, condições complexas ou outros fatores que tornam a estratégia Busca por Padrão menos eficaz. Podendo utilizar outra estratégia para resolver o problema. Em situações mais complexas, pode ser necessário recorrer a fórmulas específicas para lidar com as variações.

A7: Entendi, professora.

Durante esse encontro, a Professora-Pesquisadora pode perceber a dificuldade de levar os estudantes a se apropriarem de uma estratégia de resolução de problemas, especificamente, a Busca por Padrão. Dentre os fatores que contribuem para essa dificuldade podemos destacar: falta de tempo para se trabalhar melhor a estratégia; impossibilidade de diversificar os problemas, utilizando vários tipos de conteúdo, visto que o professor precisa seguir um currículo pré-planejado; resistência dos estudantes na flexibilização do processo de ensino, pois o estudante já está habituado a um ensino tradicional. No entanto, foi possível perceber a possibilidade de potencializar a capacidade do aluno para resolver problemas, levando em conta que ele, muitas vezes, já tem propriedade sobre o uso de uma determinada estratégia, como a Busca por Padrão. E com isso, valeria muito a pena levá-lo a perceber que algumas características do problema foram determinantes para o êxito de seu processo de resolução e que outros problemas com as mesmas características possivelmente poderão ser resolvidos da mesma maneira, ou de maneira similar.

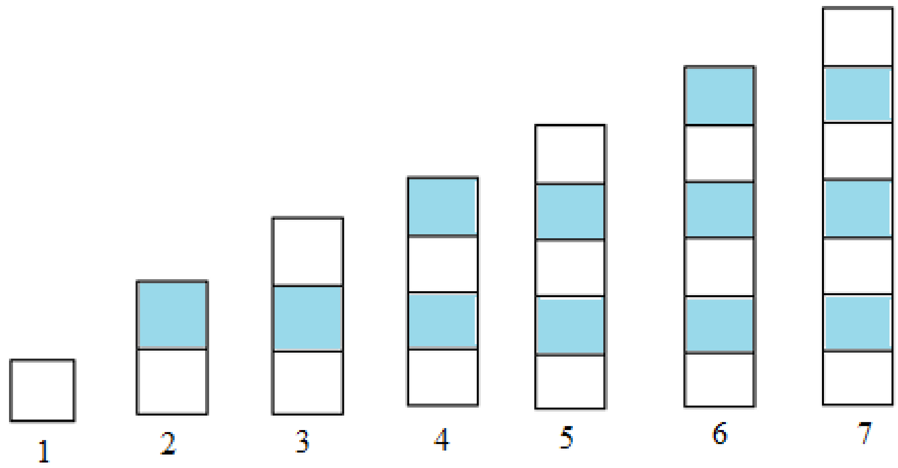
5° Encontro

Neste encontro, 18 de agosto de 2023, estavam presentes 25 alunos. A aula seguiu o mesmo formato das anteriores, começando com a distribuição de uma cópia impressa do Problema 3. Em seguida, os estudantes tiveram tempo para resolver o problema por conta própria, culminando com uma sessão plenária na qual discutiram a solução, considerando as estratégias usadas para chegar a ela, defendendo seu ponto de vista e sanando as dúvidas.

Figura 21 – Terceiro problema trabalhado em sala de aula

Problema 3

Considere a sequência de figuras:

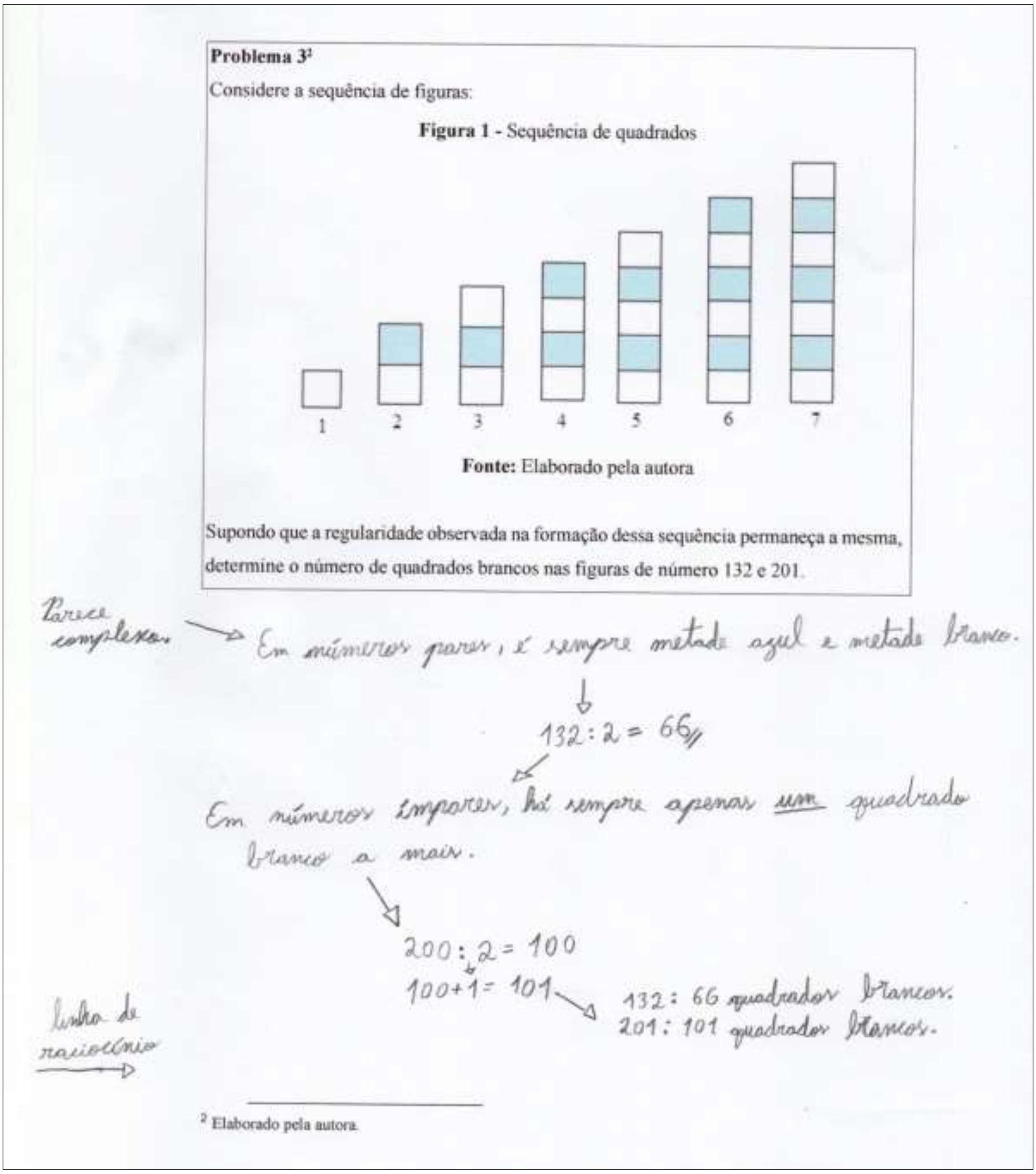


Supondo que a regularidade observada na formação dessa sequência permaneça a mesma, determine o número de quadrados brancos nas figuras de número 132 e 201.

Fonte: Elaborado pela autora

Durante a aplicação desse problema, a professora pesquisadora notou que os alunos resolveram rapidamente, inclusive acharam o problema muito divertido, e pela forma como resolveram, pode-se perceber que notaram uma regularidade na sequência de quadradinhos, permitindo assim resolver o problema. A Professora-Pesquisadora perguntou então se havia alguma dúvida em relação ao reconhecimento de padrões, e eles responderam que não tinham dúvidas. Após isso, ela passou a observar os alunos de carteira em carteira.

Figura 22 – O problema 3 resolvido pela aluna A8



Problema 3[2]

Considere a sequência de figuras:

Figura 1 - Sequência de quadrados

Fonte: Elaborado pela autora

Supondo que a regularidade observada na formação dessa sequência permaneça a mesma, determine o número de quadrados brancos nas figuras de número 132 e 201.

Parece complexo → Em números pares, é sempre metade azul e metade branco.

132 : 2 = 66

Em números ímpares, há sempre apenas <u>um</u> quadrado branco a mais.

200 : 2 = 100
100 + 1 = 101

132 : 66 quadrados brancos.
201 : 101 quadrados brancos.

linha de raciocínio →

[2] Elaborado pela autora.

Fonte: Dados da pesquisa

Apresentamos o diálogo entre a professora-Pesquisadora e a aluna A8.

P: Por favor me explica o seu raciocínio.

A8: Professora eu percebi que nos números pares o último quadradinho sempre será pintado, e a quantidade de quadradinhos azuis e brancos é a mesma. Por exemplo, na figura 4, tenho 2 brancos e dois azuis. Na figura 6, 3 brancos e três azuis. Ou seja, na figura 132 eu sei que vai ser metade branco e metade azul.

P: E o resultado obtido foi qual?

A8: Eu dividi por 2, ficaram 66 brancos e 66 azuis.

P: E por que na sequência 201 você adicionou 1?

A8 - Aqui eu percebi que a sequência ímpar sempre inicia com um quadrado branco e sempre tem um quadradinho branco a mais, ou seja, em números ímpares basta dividir por 2 e somar mais 1. Então terá 101 brancos e 100 azuis.

P: E se eu pedisse para você descobrir quantos quadradinhos brancos e azuis tem na sequência de 1042 e 9999 o que você faria?

A8: Do mesmo jeito, 1042 é par, eu divido por 2, ficando 521 brancos e 521 azuis.

P: E o de número ímpar?

A8: Dividi por dois e soma mais um nos brancos, assim 9999 dividido por 2, temos 4999 azuis e 5000 brancos

É ótimo ver que a aluna A8 e mais 20 alunos aplicaram corretamente uma estratégia eficaz para determinar a quantidade de quadrados brancos e azuis nas sequências 132 e 201. De acordo com Posamentier e Krulik (2015), essa abordagem é considerada por eles como Reconhecimento de Padrões (Busca por Padrão), uma vez que se buscou identificar padrões e utilizá-los como suporte para a resolução do problema. Essa é uma maneira eficaz de abordar a resolução de problemas matemáticos, constituindo uma habilidade valiosa para os alunos desenvolver.

6° Encontro

Nesse encontro, 21 de agosto de 2023, ao qual estavam presentes os 27 alunos, foram entregues a eles uma folha impressa com o problema 4, ilustrado na figura 23. Em seguida, pedimos que eles tentassem resolver esse problema, utilizando qualquer método que eles considerassem mais apropriado.

Figura 23 – Quarto problema trabalhado em sala de aula

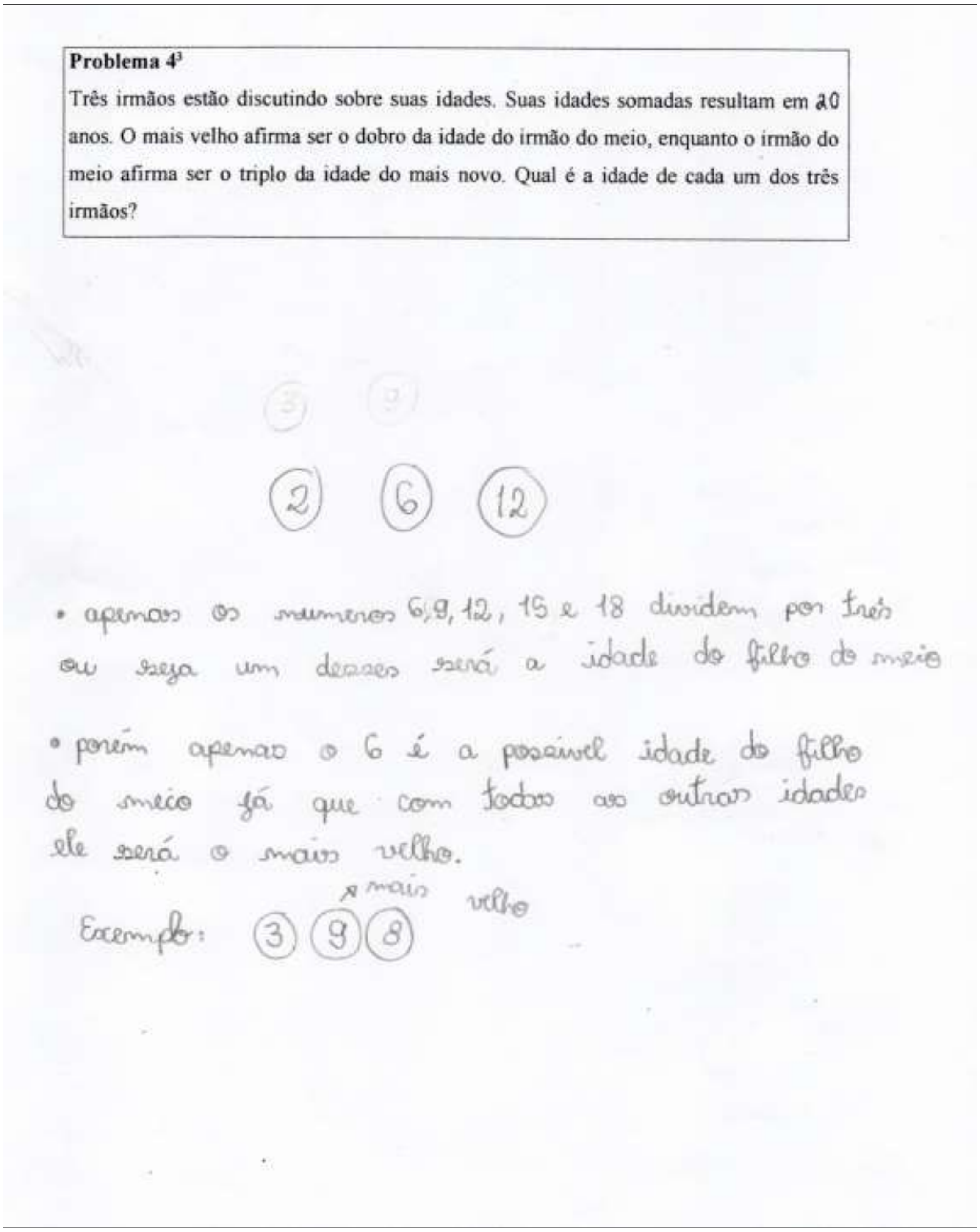
Problema 4

Três irmãos estão discutindo sobre suas idades. Suas idades somadas resultam em 27 anos. O mais velho afirma ser o dobro da idade do irmão do meio, enquanto o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um dos três irmãos?

Fonte: Elaborado pela autora

Neste problema, a aluna A11 demonstrou grande entusiasmo ao resolvê-lo e apresentou um raciocínio que se alinha com o que esperávamos da estratégia Raciocínio Lógico. Ela utilizou suas habilidades e conceitos matemáticos simples, validando, assim, seus argumentos e relações lógicas de forma clara e coerente. Isso reflete a capacidade da aluna de aplicar conceitos matemáticos de forma eficaz para resolver problemas e construir argumentos sólidos.

Figura 24 – O problema 4 resolvido pela aluna A11



Problema 4[3]

Três irmãos estão discutindo sobre suas idades. Suas idades somadas resultam em 20 anos. O mais velho afirma ser o dobro da idade do irmão do meio, enquanto o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um dos três irmãos?

3 9

2 6 12

• apenas os numeros 6, 9, 12, 15 e 18 dividem por três ou seja um desses será a idade do filho do meio

• porem apenas o 6 é a possivel idade do filho do meio já que com todos as outras idades ele será o mais velho.

o mais velho

Exemplo: 3 9 8

Fonte: Dados da pesquisa

Apresentamos, a seguir, um diálogo entre a Professora-Pesquisadora e a aluna A11 no qual a professora procurou entender como a estudante pensou durante a resolução desse problema.

P: Como pensou e chegou à conclusão que seria 2 anos, 6 anos e 12 anos?

A11: Professora eu pensei na ideia de eles serem múltiplos de 3 (6,9,12,15 e 18) são esses que dividem por 3, ou seja, um desses tem que ser a idade do filho do meio e nesse caso é o 6.

P: E o que você percebeu depois?

A11: Então, se o irmão do meio tem 6 anos, o irmão mais novo tem 2 anos, porque ele falou que o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do irmão mais novo, e o irmão mais velho tem 12 anos, o dobro da idade do irmão do meio.

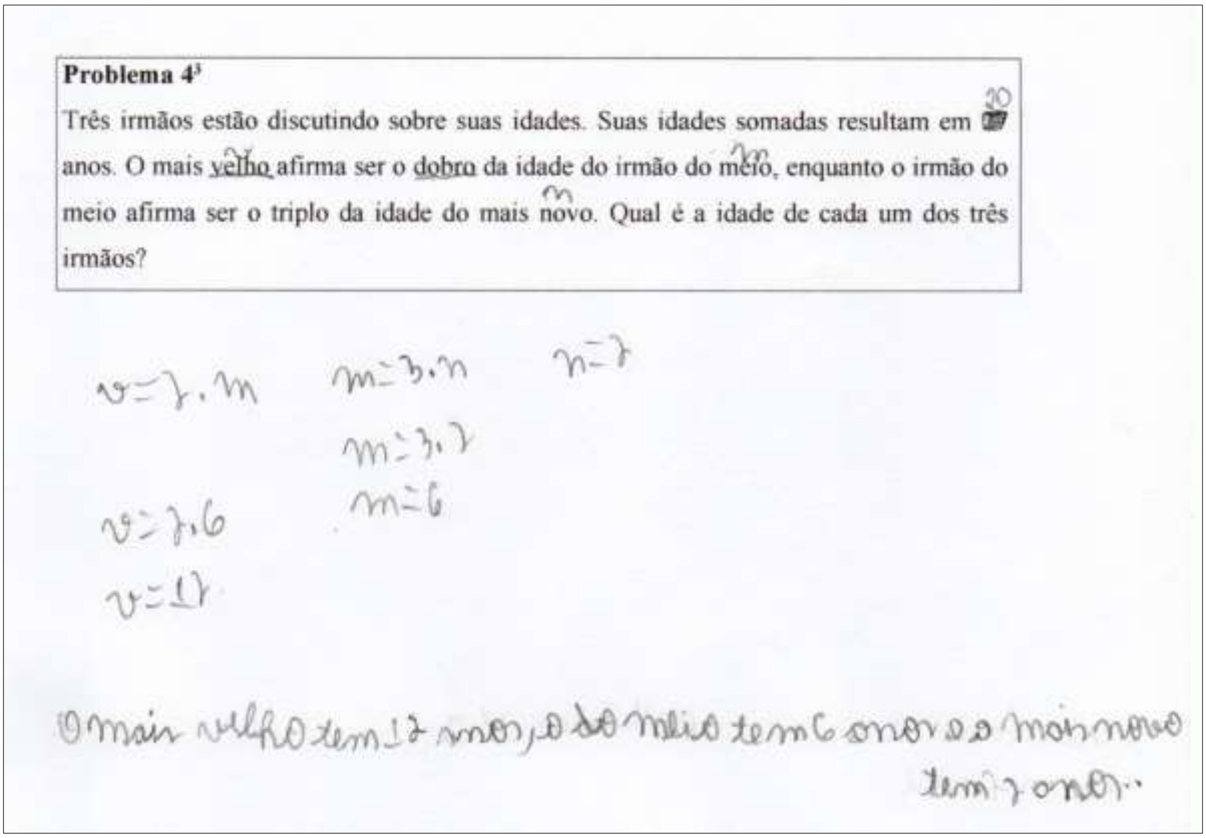
P: Você sentiu-se à vontade para resolver esse tipo de problema?

A11: Sim, achei fácil.

A aluna A11 demonstrou certa facilidade em usar a estratégia Raciocínio Lógico ao resolver o problema 4. Ela inicialmente percebeu que as idades deveriam ser múltiplas de 3 para atender às condições dadas. Sua capacidade de identificar esse padrão e aplicá-lo à situação do problema foi bastante satisfatória, em comparação aos demais estudantes. Além disso, a aluna A11 revelou entusiasmo ao compartilhar seu processo de pensamento e raciocínio com a Professora-Pesquisadora. Sua sensação de facilidade ao abordar esse tipo de problema reflete sua confiança na estratégia Raciocínio Lógico e na sua habilidade de resolução. Esse diálogo ilustra como a aluna A11 utilizou de forma eficaz o raciocínio lógico e demonstrou empolgação ao resolver o problema proposto.

Outros alunos que também resolveram esse problema utilizaram a estratégia raciocínio lógico, como mostrado a seguir.

Figura 25 – O problema 4 resolvido pelo aluno A26



Problema 4[3]

Três irmãos estão discutindo sobre suas idades. Suas idades somadas resultam em 20 anos. O mais velho afirma ser o dobro da idade do irmão do meio, enquanto o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um dos três irmãos?

v = 2.m   m = 3.n   n = 2

m = 3.2

m = 6

v = 2.6

v = 12

O mais velho tem 12 anos, o do meio tem 6 anos e o mais novo tem 2 anos..

Fonte: Dados da pesquisa

Apresentamos um diálogo entre a Professora-Pesquisadora e o aluno A26.

P: Poderia me explicar como você pensou para resolver esse problema?

A26: Sim, professora. Primeiro eu chamei o irmão mais novo de "N", a idade do irmão do meio de "M" e o irmão mais velho de "V". Assim, eu montei algumas equações. V = 2M (ele fez referência ao fato de que o irmão mais velho é o dobro do irmão do meio). M = 3N (ele fez referência ao fato do irmão do meio ser o triplo do mais novo).

P: E como você chegou que a idade do irmão mais novo era de 2 anos?

A26: Eu fui testando.

(Observe que ele está utilizando outra estratégia: Adivinhação com testes inteligentes)

P: Me explique por favor.

A26: Com as informações do problema eu fui testando, por exemplo: O irmão do meio é o triplo da idade do irmão mais novo. Se a idade do irmão mais novo fosse 1, então a idade do irmão do meio seria 3 (3 vezes 1). O irmão mais velho é o dobro da idade do irmão do meio. Se a idade do irmão do meio fosse 3, então a idade do irmão mais velho seria 6 (2 vezes 3) totalizando 10 anos. (1 +3 + 6 = 10 anos)

P: Então utilizando essa estratégia, você acha que facilitou você a pensar?

A26: Sim, porque, quando eu percebi que deveria ser maior que 1, eu já fui testando o 2 e vi que a soma no final dava 20 anos.

Segundo Posamentir e Krulik (2015), o aluno A26 utiliza duas estratégias. Uma delas é Adivinhação com Testes Inteligentes, pois ele faz suposições fundamentadas e lógicas, utilizando informações, implícitas ou explicitas, disponíveis no problema, como o fato das idades serem sempre números inteiros e positivos e a soma das idades dar um número relativamente pequeno, 20. Demonstrando, com isso, um pensamento lógico e flexível. Observamos que, mesmo se os valores supostos por ele não levassem à resposta correta, o processo de testes que ele utilizou contribuiria para o seu aprendizado e para o aprimoramento de suas habilidades de resolução de problemas. A outra foi Raciocínio Lógico, segundo Posamentier e Krulik (2015), pois ele analisou cuidadosamente as informações e seguiu um pensamento dedutivo para chegar a uma conclusão consistente e precisa em relação à idade dos irmãos.

7° Encontro

Nesse encontro, datado de 23 de agosto de 2023, os alunos receberam o problema 5 apresentado na figura 26.

Figura 26 – Quinto problema trabalhado em sala de aula

Problema 5

Três amigos (Huguinho, Zezinho e Luisinho) estão participando de uma competição de quebra-cabeças. Cada um deles resolveu um quebra-cabeça diferente e conseguiu um tempo diferente para concluir (quebra-cabeça 1, quebra-cabeça 2 e quebra-cabeça 3).

Informação 1 - O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido.

Informação 2 - Zezinho terminou antes de Luisinho.

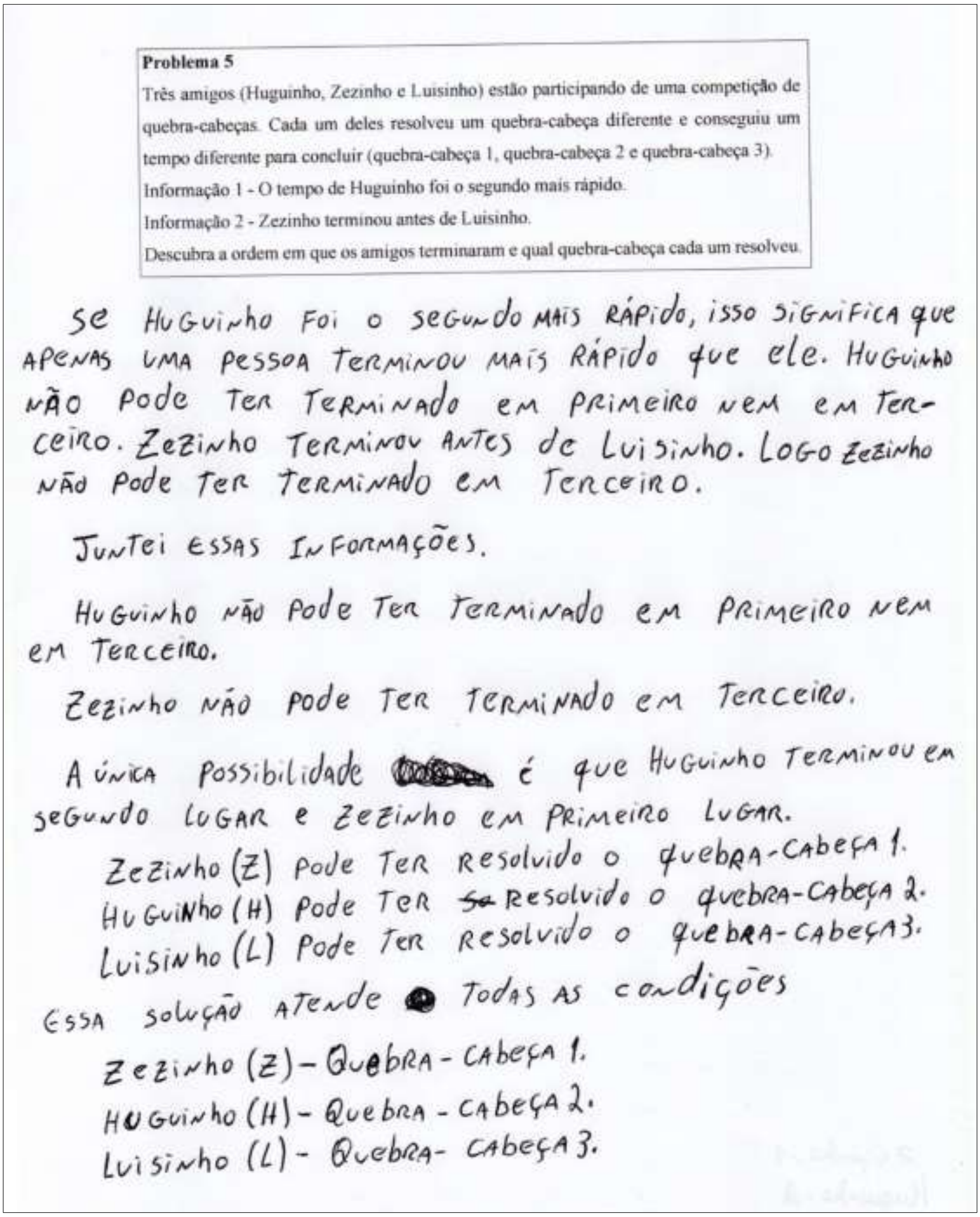
Descubra a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu.

Fonte: Elaborado pela autora

Estavam presentes 26 alunos, um tanto animados devido ao retorno do intervalo. Assim que a Professora-Pesquisadora entrou na sala, o primeiro passo foi organizar os alunos e verificar a presença de cada um. O ambiente estava um pouco tumultuado, refletindo a energia pós-intervalo. A Professora-Pesquisadora, organizou o ambiente, e em seguida iniciou a entrega do problema 5, solicitando que os alunos tentassem resolvê-los utilizando qualquer método que considerassem apropriado. O objetivo era avaliar o emprego de alguma estratégia, conforme o referencial teórico adotado, em particular a estratégia Raciocínio Lógico. Verificamos que 17 alunos conseguiram resolver o problema aplicando a estratégia proposta. No entanto, alguns não obtiveram sucesso. Os motivos para alguns alunos não terem conseguido resolver o problema podem ser variados e multifacetados. Em primeiro lugar, a complexidade do problema pode ter sido um desafio para alguns estudantes, além disso, questões relacionadas à concentração e ao estado emocional dos alunos após o intervalo podem ter influenciado seu desempenho, distrações provenientes do ambiente ou fatores pessoais podem ter impactado negativamente a capacidade de alguns alunos de se concentrarem plenamente na resolução do problema.

Dentre os alunos que resolveram o problema 5, destacamos o aluno A27 por ele ter utilizado as quatro fases que, segundo Polya (2006), são necessárias para resolver um problema, ou seja, entender o problema, elaborar um plano, executar o plano e observar o caminho inverso usado na resolução do problema. E ainda fez uso da estratégia esperada. A figura 27 traz a resolução feita por esse aluno.

Figura 27 – O problema 5 resolvido pelo aluno A27



Problema 5

Três amigos (Huguinho, Zezinho e Luisinho) estão participando de uma competição de quebra-cabeças. Cada um deles resolveu um quebra-cabeça diferente e conseguiu um tempo diferente para concluir (quebra-cabeça 1, quebra-cabeça 2 e quebra-cabeça 3).

Informação 1 - O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido.

Informação 2 - Zezinho terminou antes de Luisinho.

Descubra a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu.

SE HUGUINHO FOI O SEGUNDO MAIS RÁPIDO, ISSO SIGNIFICA QUE APENAS UMA PESSOA TERMINOU MAIS RÁPIDO QUE ELE. HUGUINHO NÃO PODE TER TERMINADO EM PRIMEIRO NEM EM TERCEIRO. ZEZINHO TERMINOU ANTES DE LUISINHO. LOGO ZEZINHO NÃO PODE TER TERMINADO EM TERCEIRO.

JUNTEI ESSAS INFORMAÇÕES.

HUGUINHO NÃO PODE TER TERMINADO EM PRIMEIRO NEM EM TERCEIRO.

ZEZINHO NÃO PODE TER TERMINADO EM TERCEIRO.

A ÚNICA POSSIBILIDADE É QUE HUGUINHO TERMINOU EM SEGUNDO LUGAR E ZEZINHO EM PRIMEIRO LUGAR.

ZEZINHO (Z) PODE TER RESOLVIDO O QUEBRA-CABEÇA 1.
HUGUINHO (H) PODE TER ~~SE~~ RESOLVIDO O QUEBRA-CABEÇA 2.
LUISINHO (L) PODE TER RESOLVIDO O QUEBRA-CABEÇA 3.

ESSA SOLUÇÃO ATENDE TODAS AS CONDIÇÕES

ZEZINHO (Z) – QUEBRA-CABEÇA 1.
HUGUINHO (H) – QUEBRA-CABEÇA 2.
LUISINHO (L) – QUEBRA-CABEÇA 3.

Fonte: Dados da pesquisa

Um diálogo entre o aluno A27 e a Professora-Pesquisadora é apresentado a seguir.

P: Por que A27, você utilizou essas combinações para chegar nessa resposta?

A27: Eu utilizei as informações que estavam no enunciado e coloquei as combinações com base nisso.

P: Poderia me explicar?

A27: O enunciado fala que Huguinho foi o segundo mais rápido, então ele não pode ter resolvido o quebra-cabeça mais rápido nem o mais devagar, ou seja, ele resolveu o quebra-cabeça 2. E que Zezinho terminou antes de Luizinho, aí coloquei ele em primeiro, por que ele não pode ter resolvido o quebra-cabeça mais devagar.

P: O que achou do problema?

A27: No início achei confuso, mas depois de ler o enunciado novamente, percebi que parte das informações estavam nele. Eu criei um pódio, fui testando e percebi que dava certo. Depois que consegui identificar Huguinho e Zezinho, o quebra-cabeça que sobrou só poderia ser de Luisinho.

Na fala do aluno A27, é perceptível que ao mencionar que Huguinho foi o segundo mais rápido, ele demonstra um raciocínio lógico, revelando uma abordagem estruturada em sua análise. Além disso, ao afirmar que conseguiu organizar as informações ao colocar os elementos em ordem, evidencia uma habilidade de organização e síntese dos dados apresentados no problema. O aluno A27 vai além, indicando que não apenas aplicou o raciocínio lógico, mas também seguiu os passos propostos por Polya para a resolução de problemas. Desta forma, ao descrever como realizou cada etapa, desde entender o problema até organizar as informações, o aluno revela uma compreensão clara da natureza do problema em questão.

A análise do aluno A27 destaca não apenas a aplicação bem-sucedida de raciocínio lógico, mas também sua capacidade de expressar e caracterizar os passos de Polya, proporcionando uma compreensão abrangente do processo de resolução do problema. Assim, a fala do aluno evidencia não apenas o entendimento do problema em si, mas também a aplicação de métodos estruturados para sua solução.

A resolução bem sucedida do problema 5 gerou uma atmosfera de contentamento entre os demais alunos que conseguiram resolver o problema proposto. A expressão de alegria e satisfação foi evidente, revelando não apenas o alívio pela conquista, mas também um sentimento de realização diante da superação do problema proposto. Além disso, alguns desses alunos não apenas celebraram a resolução, mas também compartilharam suas abordagens e estratégias com os colegas. Esse compartilhamento de métodos não apenas fortaleceu o senso de comunidade na sala de aula, mas também enriqueceu a compreensão coletiva do processo de resolução de problemas. A importância emocional dessas conquistas vai além da mera realização escolar, ela impacta positivamente o ambiente de aprendizado, estimulando a confiança dos alunos em suas habilidades cognitivas e promovendo uma abordagem mais colaborativa e participativa nas atividades propostas. Dessa forma, a resolução bem-sucedida de problemas não apenas fortalece o desenvolvimento intelectual, mas também contribui para o bem-estar emocional dos alunos, criando uma atmosfera positiva e motivadora no contexto educacional.

8° Encontro

No encontro realizado em 23 de agosto de 2023, a Professora-Pesquisadora e os alunos participaram de uma plenária, na lousa, discutindo os problemas 4 e 5, trabalhados nos 6º e 7º encontros. O principal objetivo dessa discussão foi estimular a participação ativa dos alunos em resolução de problemas, visando levá-los a compreender também a estratégia Raciocínio Lógico. Alguns alunos, mesmo sem terem plena consciência, já haviam aplicado essa estratégia na resolução de problemas anteriores. O propósito principal desse encontro foi levar os alunos, principalmente aqueles que fizeram o uso da estratégia Raciocínio Logico, a perceberem que essa maneira de resolver problemas se constitui uma estratégia já consolidada por teóricos, matemáticos e educadores matemáticos, especialistas em resolução de problemas. E, ainda, promover e/ou fortalecer a apropriação dessa estratégia, por parte dos alunos.

Além disso, buscamos proporcionar aos alunos que não conseguiram resolver o problema ou o resolveram de maneira diferente, a oportunidade de conhecer essa estratégia. O intuito foi que pudessem se familiarizar com essa nova maneira de resolver e, assim, incorporar essas ideias para futuros problemas semelhantes. A ideia era que, diante de desafios futuros, os alunos possam recorrer a essa estratégia, enriquecendo assim seu repertório de resolução de problemas.

A aula começou com a abordagem do problema 4, momento em que a Professora-Pesquisadora interagiu de maneira dinâmica com os alunos. Inicialmente, ela questionou se alguém se recordava do problema, promovendo a participação ativa dos estudantes. Em seguida, escreveu o problema na lousa, proporcionando uma referência visual para a discussão. Para uma compreensão mais aprofundada desse processo, apresentamos a seguir um diálogo exemplificativo com alguns alunos.

A8: Professora, podemos utilizar as mesmas variáveis que utilizei na minha resolução?

P: Claro! Como você representou?

A8: N – irmão mais novo, M – irmão do meio e V – irmão mais velho

P: Beleza! Vamos ler novamente o enunciado e representar essas informações como uma equação?

Alunos: Sim, professora.

A12: Podemos escrever assim, que se somarmos a idade das três teremos 20 anos.

P: Perfeito! Então podemos estabelecer a seguinte equação: V + M + N = 20 anos (as idades somadas resultam em 20 anos).

A26: V = 2M por que no enunciado fala que o irmão mais velho tem o dobro da idade do irmão do meio e M = 3N porque o irmão do meio é triplo do mais novo.

P: Perfeito. Agora podemos resolver esse sistema de equações. Como posso começar?

A11 – É só substituir uma equação na outra.

P: Exatamente! E por qual equação começamos?

Alunos: Pela terceira.

A26 - Substitui a terceira equação na segunda equação.

P: Então podemos escrever assim: V = 2M, substituindo M = 3N, teremos que V = 2(3N), ou seja, V = 6N. E agora?

A5 - É só substituir na primeira equação. Fica assim: 6N + 3N + N = 20 e resolver

P: Como ficaria?

Alunos: 10 N = 20, N é igual a 20 dividido por 10, que é 2.

A5 - Agora é só substituir o valor de N na equação M = 3N, que vai ficar M = 3 x 2 = 6

A26 - Isso! (Concordando com o aluno A5) e para o irmão mais velho é só fazer 6 x 2 = 12.

P: Perfeito: Portanto a idade dos três irmãos é de 2 anos para o mais novo, 6 anos para o irmão do meio e 12 anos para o irmão mais velho.

No diálogo apresentado, os alunos demonstram uma aplicação consistente de Raciocínio Lógico na resolução do problema 4. Diante disso, destacamos alguns pontos desse diálogo.

- A8 introduz variáveis: O aluno A8 propõe o uso de variáveis para representar as idades dos irmãos (N para o irmão mais novo, M para o irmão do meio e V para o irmão mais velho). Isso mostra uma abordagem organizada e estruturada.
- Equações para representar o problema: A12 traduz a informação do enunciado em uma equação, afirmando que a soma das idades é igual a 20 anos: V + M + N = 20. Isso reflete uma compreensão clara do problema.
- Relações entre as idades: A26 estabelece relações entre as idades, representando-as por meio de equações: V=2M e M=3N. Essa interpretação correta é crucial para resolver o sistema de equações.

- Substituição e Resolução: A11 sugere a substituição de uma equação na outra, e A26 realiza essa substituição corretamente. Isso demonstra uma aplicação prática da lógica matemática.
- Solução do Sistema de Equações: A5 utiliza a substituição para resolver o sistema de equações. Essa solução é consistente com as relações estabelecidas anteriormente.
- Confirmação e Conclusão: A26 confirma a solução, concordando com a resposta encontrada. A conclusão é apresentada de forma clara e organizada pela professora.

O diálogo revela uma aplicação eficaz de raciocínio lógico, desde a introdução de variáveis até a solução do problema por meio de um sistema de equações. Os alunos demonstram entendimento do enunciado, habilidades de tradução matemática e capacidade de resolver um problema complexo por meio de uma abordagem estruturada.

Em seguida, começamos a correção do problema 5. Nesse momento, alguns alunos comentaram que esse problema foi mais simples que o problema 4, pois todas as informações poderiam ser observadas no próprio enunciado.

P: Como vocês resolveram?

A3 - Professora, você pode determinar a ordem de acordo com as informações que ele colocou no enunciado

P: Então vamos escrever isso. Informação 1: O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido. Informação 2: Zezinho terminou antes de Luisinho.

A3: Se ele fala que o tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido, então ele não pode ser o mais rápido nem o mais lento, ou seja, já sabemos que ele está no meio.

A27: Eu também fiz assim professora, como já sabemos que ele é o segundo, sabemos que Zezinho terminou antes de Luisinho, ou seja, ele foi mais rápido que Luisinho, E já temos a ordem.

P: Exatamente, agora é só atribuir os quebra-cabeças a cada pessoa.

A26: Zezinho – Quebra-cabeça 1, Huguinho – Quebra-cabeça 2 e Luisinho – Quebra-cabeça 3. Essa é a solução do problema, com Zezinho terminando em primeiro lugar, Huguinho em segundo lugar e Luisinho em terceiro lugar, cada um resolvendo um quebra-cabeça diferente.

P: Percebam, galera, que esse exemplo ilustra como a estratégia de Raciocínio Lógico pode ser utilizada para abordar problemas de lógica, seja ela ao resolver uma equação, problemas matemáticos ou até teoremas.

Nesse diálogo, os alunos demonstram uma eficaz aplicação de Raciocínio Lógico para resolver o problema 5. Assim, conseguimos destacar alguns pontos:

- Interpretação das Informações: A3 destaca a importância de analisar as informações fornecidas no enunciado, reconhecendo que o tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido.
- Dedução Lógica: A27 expõe uma dedução lógica, entendendo que, como Huguinho está no meio em termos de tempo, Zezinho, que terminou antes de Luisinho, está à frente de Luisinho. Isso ilustra uma análise lógica das relações estabelecidas.
- Conclusão e Atribuição de Variáveis: A26 conclui a análise atribuindo os quebra-cabeças a cada pessoa, apresentando uma solução clara e lógica para o problema.

Em resumo, o diálogo reflete uma abordagem lógica e organizada para resolver o problema proposto. Os alunos conseguiram identificar padrões, fizeram inferências e chegaram a uma conclusão coerente, demonstrando uma compreensão efetiva do raciocínio lógico aplicado a problemas de lógica.

Com base nas estratégias aplicadas pelos alunos neste problema, podemos observar um avanço significativo, conforme destacado por Posamentier e Krulik (2015). Os alunos, ao reconhecerem e aplicarem o raciocínio lógico para determinar a ordem dos amigos na competição de quebra-cabeças, demonstraram uma compreensão inicial da estratégia proposta.

No entanto, como aponta Schoenfeld (1985), a apropriação completa de uma estratégia demanda um período prolongado de tempo. A compreensão precisa ser trabalhada e refinada ao longo do tempo para que os alunos internalizem a abordagem de forma mais profunda. Schoenfeld (1985) destaca a importância de uma concepção duradoura do processo, indicando que a assimilação efetiva de estratégias requer uma prática contínua e reflexiva.

Embora três aulas possam não ser suficientes para uma apropriação completa, é positivo notar que o trabalho realizado já proporcionou aos alunos um impulso para mudar sua forma de pensar diante de problemas. Essa mudança de perspectiva, iniciada nas aulas, serve como um ponto de partida valioso para o desenvolvimento contínuo das habilidades de raciocínio lógico dos alunos. É um processo gradual, e o progresso observado até agora indica um caminho promissor para futuras explorações e aprimoramentos.

9° Encontro

Nesse encontro, no dia 25 de agosto de 2023, foi proposto um novo problema, problema 6, de acordo com o nosso plano de ensino, com o objetivo de avaliar e/ou fixar a apropriação, por parte do aluno, da estratégia Raciocínio Lógico.

Estavam presentes 24 alunos que, ao adentrarem a sala, demonstraram interesse imediato na proposta do dia. Vale destacar a atitude de um aluno, geralmente mais reservado, que se aproximou até a minha mesa, questionando especificamente se nesse dia teria algum problema para resolver. Essa iniciativa evidencia um engajamento notável por parte desse estudante, indicando um interesse especial na atividade proposta.

O foco principal desta aula foi avaliar o grau de internalização das ideias apresentadas no encontro anterior (encontro 8), com ênfase na estratégia Raciocínio Lógico. Buscamos verificar se os alunos assimilaram efetivamente as abordagens discutidas anteriormente, observando como aplicariam essas estratégias em novos contextos. A participação ativa dos alunos, aliada à proatividade demonstrada na busca por problemas para resolver, serviu como indicador valioso para a avaliação do progresso e compreensão dos conceitos abordados. O objetivo, portanto, foi proporcionar uma oportunidade para que os estudantes pudessem consolidar e aplicar os conhecimentos adquiridos, evidenciando sua capacidade de utilizar o raciocínio lógico como ferramenta eficaz na resolução de problemas.

Figura 28 – Sexto problema trabalhado em sala de aula

Problema 6

"Na Rua das Cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura."

• As casas vermelha e verde são vizinhas.

• As casas amarela e azul também são vizinhas.

• A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.

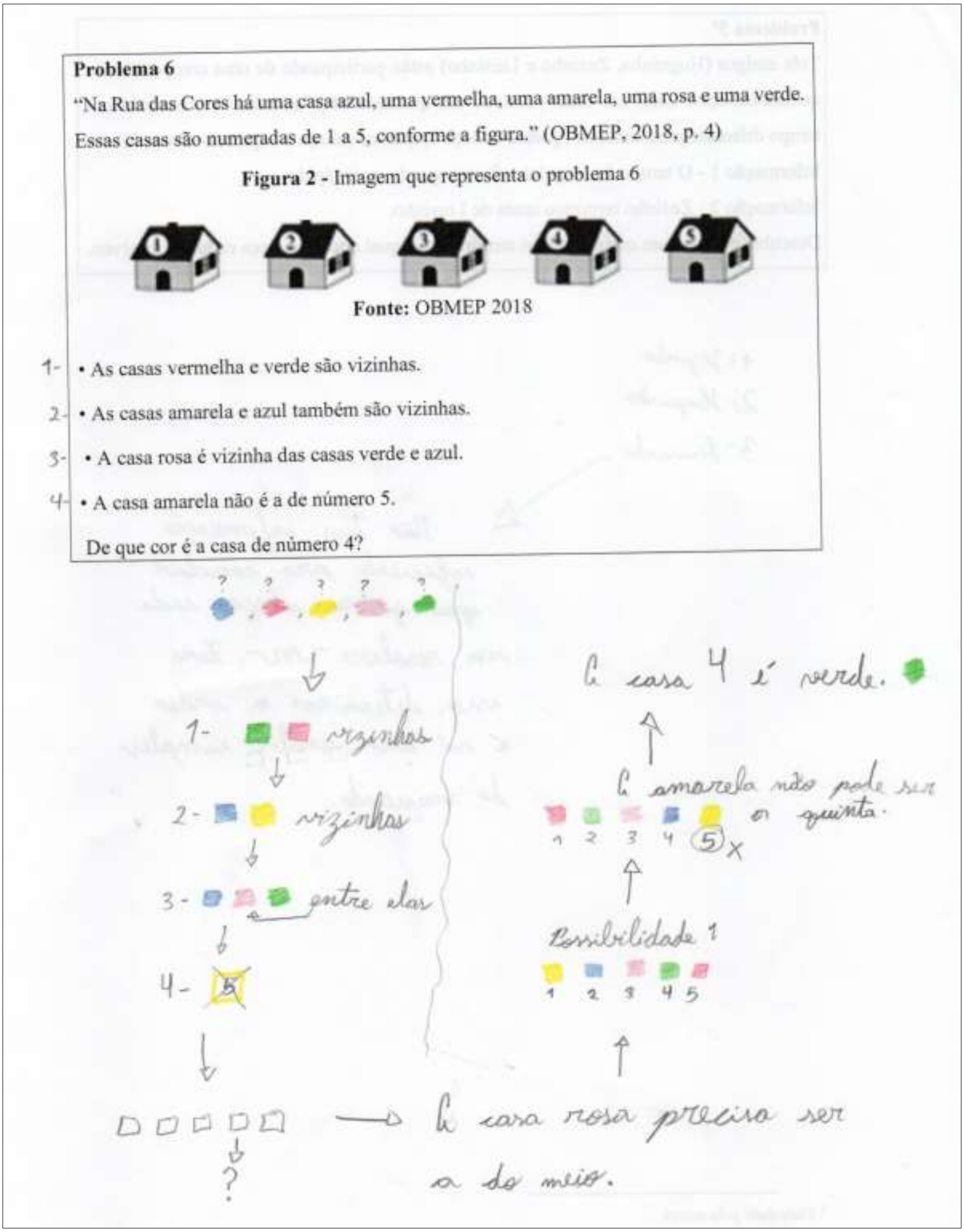
• A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

Fonte: OBMEP 2018

A aluna A24 foi uma das estudantes que conseguiu resolver o problema 6, e sua resolução é trazida na figura 29.

Figura 29 – O problema 6 resolvido pela aluna A24


Problema 6

"Na Rua das Cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura." (OBMEP, 2018, p. 4)

Figura 2 - Imagem que representa o problema 6

Fonte: OBMEP 2018

1- • As casas vermelha e verde são vizinhas.

2- • As casas amarela e azul também são vizinhas.

3- • A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.

4- • A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, para uma maior compreensão do leitor, sobre o que ocorreu em sala de aula apresentamos um diálogo da Professora-Pesquisadora e a aluna A24:

P: Por que você fez desenhou e coloriu na resolução do problema?

A24: Porque, para compreender o problema, achei melhor colorir para que pudesse chegar na resposta.

P: Como você chegou à resolução?

A24: Professora, primeiro eu representei as quatros informações que estavam no enunciado, por isso enumerei cada uma. Primeiro que a casa verde e vermelha eram vizinhas. O segundo passo eu desenhei a casa azul e amarela vizinhas, então elas tinham que estar lado a lado. A terceira informação foi que a rosa era vizinha da verde e da azul, por isso que desenhei ela no meio, com isso eu já consegui identificar que ela não podia ser a primeira, pois não tinha nenhuma outra vizinha. E a quarta informação era que a amarela não podia ser a quinta.

P: Explique sobre essa primeira possibilidade que você escreveu.

A24: Eu já identifiquei que a casa rosa só podia ser a de número 3, com a casa verde (vizinha) à sua direita e a casa azul (outra vizinha) à sua esquerda. Sendo assim só sobra as casas 1 e 5, como eu sei que a casa amarela não pode ser a quinta, a casa amarela só pode ser a 1 e a vermelha a casa de número 5, ou seja, a casa 4 é verde.

No diálogo apresentado, observamos que a aluna A24 fez uso da estratégia Raciocínio Lógico na resolução do problema, utilizando desenhos coloridos para facilitar a compreensão. Com isso, mencionamos os pontos de destaque:

- Representação Visual: A24 optou por desenhar e colorir, demonstrando uma abordagem visual para a resolução do problema. Essa escolha indica uma estratégia de tornar as informações mais tangíveis e compreensíveis.
- Enumeração das Informações: A aluna enumerou as quatro informações dadas no enunciado, destacando cada uma para facilitar a análise. Esse passo inicial revela uma organização sistemática na abordagem do problema.
- Lógica na Representação: Ao desenhar as casas coloridas conforme as informações fornecidas, A24 aplicou lógica nas relações entre as casas. A consideração das vizinhanças e das restrições proporcionou uma representação visual coerente do problema.
- Identificação de Possibilidades: A24 explicou como identificou a posição da casa rosa, considerando as vizinhanças com as casas verde e azul. Essa análise permitiu a eliminação de possibilidades e a identificação de relações específicas entre as casas.

- Dedução para as Casas Restantes: A aluna conduziu uma dedução lógica para determinar as posições das casas amarela, vermelha e verde, considerando as restrições apresentadas no enunciado.

Em resumo, a aluna A24 empregou a estratégia Raciocínio Lógico visualmente representativa, utilizando cores e desenhos para organizar e deduzir as relações entre as casas. O uso dessa abordagem evidencia uma compreensão clara do problema e a aplicação efetiva de técnicas de raciocínio lógico na resolução desse problema.

Nesse encontro observamos que 15 alunos que resolveram corretamente o problema utilizaram a estratégia Raciocínio Lógico, ou seja, aqueles alunos que já possuíam alguma familiaridade ou prática com essa estratégia, evidenciadas em encontros anteriores, aparentemente se sentiram mais confortáveis para resolver o problema. Por outro lado, aqueles menos familiarizados podem ter enfrentado maior dificuldade.

Observamos que atividades, como a que desenvolvemos nesta aula, vai ao encontro da ideia construtivista, pois o desenvolvimento da habilidade para resolver problemas está intrinsicamente ligado ao conhecimento e, segundo Walle et al. (2010), as crianças constroem seu próprio conhecimento e dão significados às coisas que percebem e sobre as coisas que pensam e operam. Ressaltamos então que essa forma de ensinar, baseada no desenvolvimento do raciocínio lógico, por meio da estratégia de mesmo nome, levam os estudantes a produzirem significados para os elementos do problema (condicionantes, dados, incógnitas, ...). E, ainda, levam os estudantes a construírem novos objetos para ajudá-los na produção desses significados, como foi o caso da estudante A24 que construiu imagens para auxiliá-la na compreensão e resolução do problema.

10° Encontro

Na aula do dia 28 de agosto de 2023, foi entregue o problema 7. Nessa aula compareceram 26 alunos. O objetivo era verificar se eles iriam utilizar alguma estratégia de Resolução de Problemas, em particular a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual, conforme descrito no nosso Plano de Ensino.

Figura 30 – Sétimo problema trabalhado em sala de aula

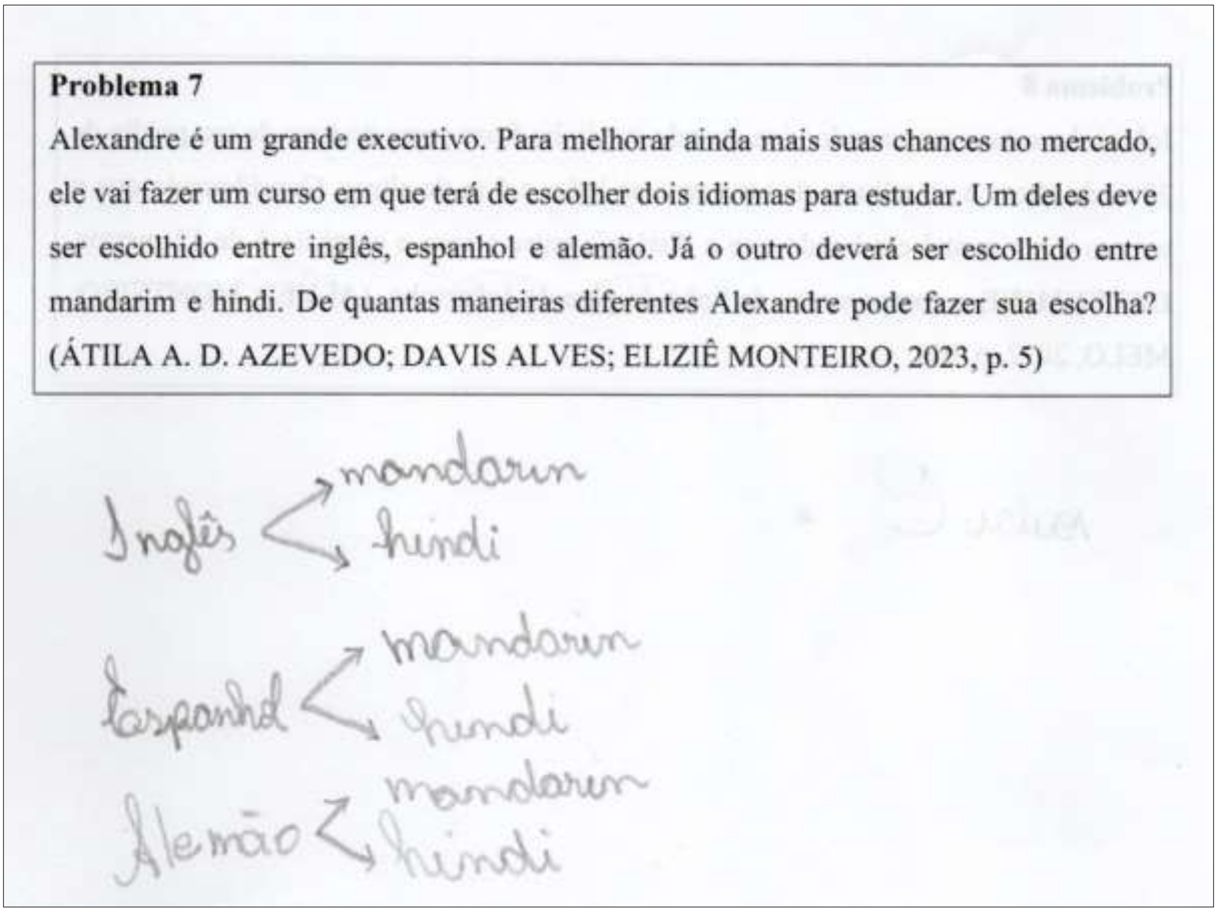
Problema 7 Alexandre é um grande executivo. Para melhorar ainda mais suas chances no mercado, ele vai fazer um curso em que terá de escolher dois idiomas para estudar. Um deles deve ser escolhido entre inglês, espanhol e alemão. Já o outro deverá ser escolhido entre mandarim e hindi. De quantas maneiras diferentes Alexandre pode fazer sua escolha?

Fonte: Azevedo; Alves; Monteiro (2023, p. 4)

Nesse encontro estavam presentes 26 alunos, o ambiente era caracterizado por uma disposição em círculo, resultante da dinâmica, da professora, da aula anterior. Foi permitido que os alunos permanecessem nessa configuração. Logo no início da aula, alguns alunos demonstraram iniciativa ao pedirem para apagar o quadro e se poderiam entregar o problema proposto. Outros expressaram sentimentos de cansaço, talvez pelos acontecimentos daquele dia em sala de aula. A interação entre os alunos foi notável quando eles solicitaram permissão para ajudar os colegas que ainda não haviam terminado o problema. Nesse momento, foi indicando que haveria um momento específico para essa colaboração, ou seja, no encontro 12. Durante a aplicação do problema 7, a Professora-Pesquisadora incentivou constantemente os alunos durante a aula, mesmo diante de expressões de cansaço dos alunos, sempre buscando manter o ambiente motivador e estimulante. Essa descrição da sala de aula destacou não apenas o ambiente físico, mas também os elementos sociais e emocionais presentes na interação entre os alunos e a Professora-Pesquisadora. O círculo, a participação ativa, o apoio mútuo e a orientação estratégica contribuíram para criar um ambiente propício ao aprendizado e à colaboração.

Nesse encontro observamos que 12 alunos resolveram esse problema utilizando desenhos ou representação visual. No entanto, trouxemos a resolução feita pela aluna A13, ilustrado pela figura 31, e um diálogo para identificarmos evidências do uso da estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual.

Figura 31 – O problema 7 resolvido pela aluna A13



Fonte: Dados da pesquisa

Um diálogo entre a Professora-Pesquisadora e a aluna A13.

P: Porque você utilizou a representação pelo diagrama de árvores?

A13: Quando eu fiz o desenho consegui visualizar todos os possíveis resultados que ele poderia escolher.

P: Achou que facilitou para chegar à solução?

A13: Muito mais fácil professora.

As evidências da estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual na resolução do problema são claramente identificadas nas seguintes declarações da aluna A13, quando ela escolhe utilizar o diagrama de árvores como uma forma de representação visual. Essa escolha não foi aleatória, mas sim uma estratégia deliberada para organizar e visualizar as diferentes possibilidades de escolhas de idiomas para Alexandre. Outra evidência, foi a que a aluna enfatizou que, ao fazer o desenho, conseguiu visualizar todos os resultados possíveis que Alexandre poderia escolher. Essa capacidade de visualização é uma característica distintiva da estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual, proporcionando uma visão abrangente das opções disponíveis. Por fim, a aluna A13 expressou que a representação visual pelo diagrama de árvores tornou o processo “muito mais fácil”. Essa observação ressalta não apenas a utilidade da estratégia, mas também como ela contribuiu para a clareza e compreensão do problema, facilitando a resolução. Portanto, as evidências claras da estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual estão presentes na escolha específica do diagrama de árvores e nos benefícios percebidos pela aluna durante o processo de resolução de problema.

Segundo Posamentier e Krulik (2015) essa é uma estratégia muito eficaz, para muitos estudantes, na resolução de problemas, pois facilita a compreensão das informações, a visualização de padrões e a contagem de possibilidades. Essa estratégia também pode ajudar a desenvolver habilidades de visualização e raciocínio espacial, além de tornar o processo de resolução mais envolvente e intuitivo para alguns estudantes.

11° Encontro

No encontro do dia 29 de agosto de 2023 foi entregue aos 27 alunos presentes o problema 8 cuja resolução pode demandar a mesma estratégia da aula anterior: Fazer um Desenho ou representação Visual.

Figura 32 – Oitavo problema trabalhado em sala de aula

Problema 8

Joãozinho estava empinando pipa quando sua linha ficou presa no topo de um prédio de 20 m de altura e no telhado de uma casa ao lado, a 4 m de altura. Considerando que o terreno é horizontal e sabendo que a distância entre a casa e o prédio é de 12 metros, **DETERMINE** o comprimento da linha da pipa de Joãozinho.

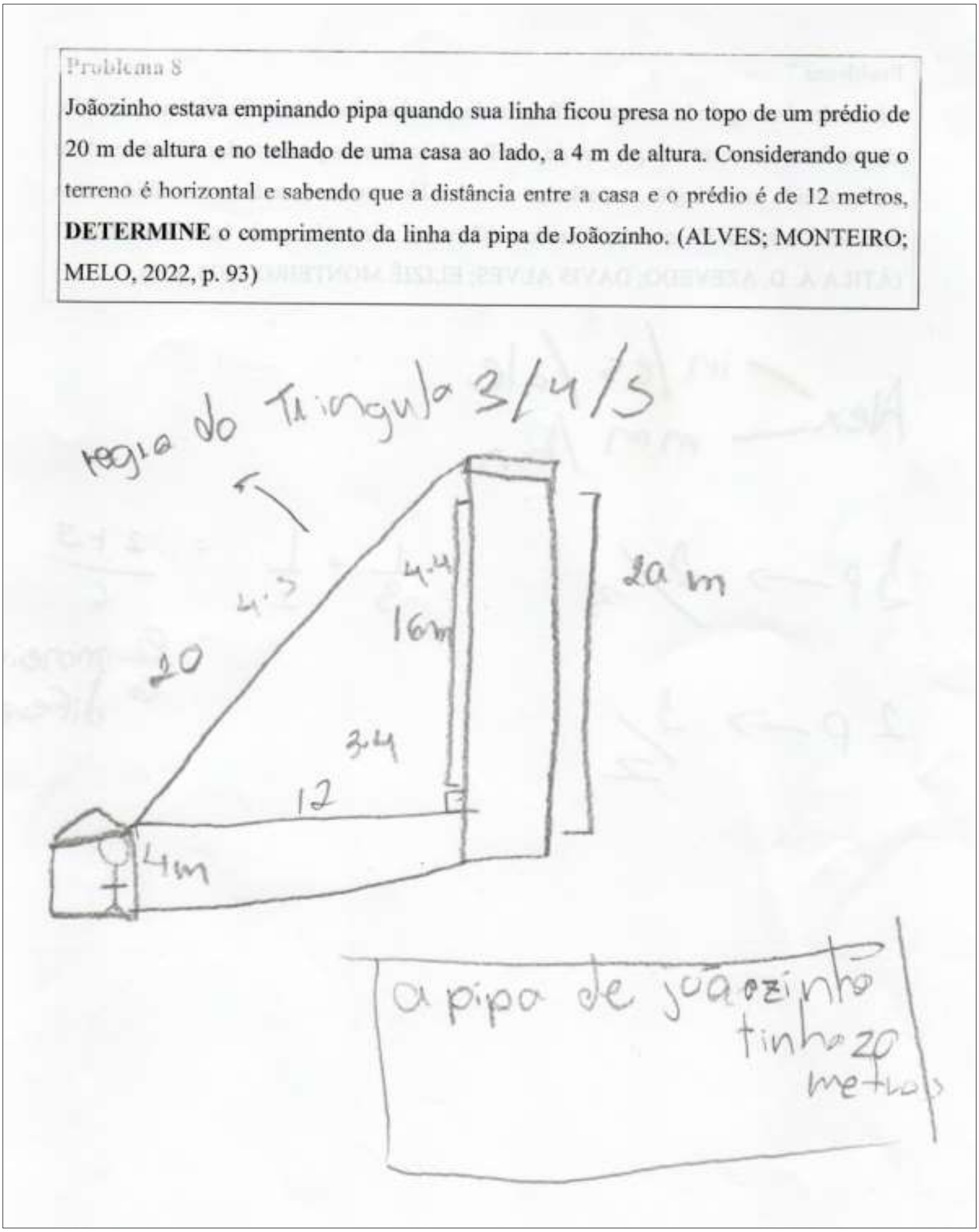
Fonte: ALVES; MONTEIRO; MELO, (2022, p. 93)

A sala estava tranquila e os alunos aguardavam com expectativa a entrega do problema. Alguns deles demonstravam entusiasmo, enquanto outros mantinham uma postura mais reservada. O objetivo desta atividade era avaliar se os estudantes aplicariam a estratégia: Fazer um Desenho ou Representação Visual para facilitar a compreensão do problema e auxiliá-los na busca por uma solução. Durante a realização do problema 8, observou-se que 14 alunos conseguiram resolvê-lo utilizando a estratégia proposta, Fazer um Desenho ou Representação Visual. Outro destaque interessante foi notar que, dos 27 alunos, 7 mesmo utilizando o uso de um desenho, não conseguiram chegar à resposta esperada.

Essa diversidade, de soluções certas e erradas, destaca a importância de analisar não apenas a aplicação da estratégia, mas também os desafios individuais enfrentados pelos alunos durante o processo. Alguns podem ter enfrentado dificuldades específicas, cuja Professora-Pesquisadora não conseguiu identificar, que os impossibilitaram de resolver o problema, enquanto outros conseguiram se beneficiar da abordagem visual e, a partir dela, produzir um caminho (plano) eficiente de resolução.

Durante esse encontro, a dinâmica da sala de aula foi enriquecida por meio de diversos diálogos e abordagens na resolução do problema proposto. Um exemplo foi o processo de resolução adotado pela aluna A9, que optou por utilizar a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual. Em um contexto onde vários alunos conseguiram êxito em suas resoluções, destaca-se que o reconhecimento da abordagem de A9 não tem a intenção de menosprezar outros esforços, mas sim de evidenciar uma situação da estratégia empregada pela maioria dos estudantes que conseguiram resolver o problema. Enfatizamos que o professor, mesmo tendo uma expectativa de resolução com o uso de uma estratégia específica, deve estar atento ao fato de que uma variedade de experiências é fundamental para uma compreensão mais completa do processo de aprendizagem, pois ressalta a importância de reconhecer e valorizar as diferentes trajetórias de resolução de problemas em sala de aula.

Figura 33 – O problema 8 resolvido pela aluna A9



Fonte: Dados da pesquisa

Um diálogo entre a Professora-Pesquisadora e a aluna A9.

P: Porque você utilizou um desenho para resolver esse problema?

A9: Eu achei que ficou mais fácil para entender o problema.

P: Poderia explicar melhor essa representação?

A9: Sim, professora. Primeiro eu já consegui imaginar que seria Pitágoras, assim eu fiz um triângulo retângulo, pois é o que será formado pela altura do prédio, a altura da casa e a linha da pipa.

P: E os elementos desse triângulo?

A9: A linha da pipa é a minha hipotenusa, as outras medidas são a altura do prédio e a distância da casa.

P: Por que você escreveu "regra do triângulo 3/4/5"?

A9: Foi para simplificar o cálculo do Teorema de Pitágoras, porque essa regra é uma relação de medidas de lados de triângulos. E para simplificar eu utilizei, pois eu já sabia que era um triângulo retângulo quando fiz o desenho.

Esse diálogo nos forneceu insights sobre a abordagem da aluna A9 utilizando a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual. Com isso, mencionamos os pontos de destaque:

- Utilização de Desenho: A9 menciona que começou desenhando um esboço da situação, indicando uma abordagem visual para compreender o problema.
- Facilitação da Compreensão: A aluna afirma que a representação visual tornou mais fácil entender o problema, destacando a eficácia dessa estratégia para ela.
- Triângulo Retângulo: A9 identifica que um triângulo retângulo é formado pela altura do prédio, a altura da casa e a linha da pipa, demonstrando uma aplicação visual do conceito geométrico.
- Uso do Teorema de Pitágoras: A aluna explica que utilizou o Teorema de Pitágoras para resolver o problema, aproveitando a relação entre os lados do triângulo retângulo.
- Simplificação com Regra do Triângulo 3/4/5: A9 optou por usar a "regra do triângulo 3/4/5" para simplificar o cálculo, demonstrando uma escolha estratégica baseada em uma relação conhecida entre as medidas dos lados de triângulos.

Essas evidências revelam uma abordagem sólida e visual por parte da aluna A9 na resolução do problema, ficando evidente que a aluna A9 não apenas utilizou um desenho, mas também deu importância à etapa de esboçar a situação para visualizar e compreender melhor o problema. Essa abordagem demonstra um pensamento visual e a capacidade de aplicar conceitos geométricos de forma prática na resolução do problema. O esboço do desenho serviu como uma ferramenta valiosa para representar a situação, identificar relações entre os elementos e facilitar a aplicação do Teorema de Pitágoras. Essa prática evidencia a eficácia do uso de representações visuais como uma estratégia para a resolução de problemas geométricos.

Com efeito, “a atitude central de um solucionador de problemas de mente aberta e ‘criativo’ é a consciência de que os problemas podem e devem ser reformulados de maneiras diferentes. Muitas vezes, apenas traduzir algo em forma pictórica faz maravilhas.” (ZEITZ, 2007, p. 53, tradução nossa).

12° Encontro

No encontro do dia 30 de agosto de 2023, a Professora-Pesquisadora e os alunos participaram de uma plenária, na lousa, discutindo os problemas 7 e 8, trabalhados no 10º e 11º encontro. O objetivo principal desse encontro foi o de fazer com que os alunos, especialmente aqueles que utilizaram a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual, percebessem que essa abordagem para a resolução de problemas é reconhecida e consolidada por teóricos, matemáticos e educadores especializados em resolução de problemas. Adicionalmente, buscou-se promover e reforçar a apropriação dessa estratégia pelos alunos. Além disso, procuramos proporcionar aos estudantes que não conseguiram resolver o problema ou o solucionaram de maneira diferente a oportunidade de se familiarizarem com essa abordagem. A ideia era que, diante de desafios futuros, os alunos possam recorrer a essa estratégia, enriquecendo assim seu repertório de resolução de problemas. Para uma compreensão mais clara de como isso ocorreu, apresentamos a seguir um diálogo exemplificativo com alguns alunos.

O início da aula foi marcado pela análise dos problemas 7 e 8, momento em que a Professora-Pesquisadora interagiu de forma dinâmica com os alunos. Primeiramente, ela indagou se alguém recordava dos problemas, estimulando a participação ativa dos estudantes. Logo após, projetou os problemas na lousa, oferecendo uma referência visual para a discussão.

P: O que acharam de utilizar o desenho para resolver os problemas 7 e 8?

A3 - Eu fiquei pensando e fiquei surpreso como realmente me ajudou a entender melhor os dois problemas.

P:Isso é muito ótimo de ouvir. Estou feliz que você tenha achado útil. Pode me contar mais sobre como usou essa estratégia?

A3: Sim. Tanto no problema 7 quanto no problema 8 utilizei o desenho para visualizar melhor a situação. Isso me ajudou a entender melhor os conceitos.

(Nesse momento alguns alunos concordaram com a fala do aluno A3, enfatizando que realmente quando foi feito o desenho ou a representação visual simplificou o problema, fazendo com que eles se sentissem confiantes em resolvê-lo).

P: Fazer um desenho ou uma representação visual realmente é uma abordagem poderosa. Realmente ajuda muito a visualizar as informações e a relação entre os *elementos do problema. Além disso, eles podem esclarecer os conceitos e, como vocês comentaram, proporcionar uma compreensão mais profunda fazendo com que fiquem mais confiantes em resolver outros problemas.*

O diálogo entre a professora e os alunos destaca a importância da estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual na resolução de problemas matemáticos, especificamente nos casos dos problemas 7 e 8. A surpresa expressa pelo aluno A3 em relação à eficácia da estratégia e o apoio dos colegas que compartilham experiências positivas ressaltam a relevância prática dessa abordagem. A Professora-Pesquisadora desempenhou um papel crucial ao incentivar os alunos a explorarem e compartilharem suas experiências com a estratégia visual. Ao reforçar que fazer um desenho é uma "abordagem poderosa" que facilita a visualização, a compreensão dos conceitos e a resolução de problemas, ela promoveu a confiança dos alunos em aplicar essa estratégia em futuros desafios matemáticos.

Sendo assim, a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual não apenas simplifica problemas, mas também enriquece a compreensão dos conceitos subjacentes. A troca de experiências entre os alunos cria um ambiente colaborativo que destaca a utilidade prática dessa abordagem, destacando sua importância não apenas para resolver problemas específicos, mas também para fortalecer as habilidades gerais de resolução de problemas e compreensão matemática. Pois, como afirma Zeitz (2007), uma ideia poderosa de converter um problema de palavras em imagens é apenas um dos aspectos fundamentais da visão periférica. Abre sua mente para outras maneiras de reinterpretar problemas. E a visão periférica mental promove a capacidade do indivíduo em aumentar sua receptividade a novas ideias, pois [...] "as células receptoras na retina humana são mais densamente compactas perto do centro, mas os receptores mais sensíveis estão localizados na periferia." (ZEITZ, 2007, p. 18).

13° Encontro

Neste encontro, ocorrido em 01 de setembro de 2023, participaram 27 alunos. A dinâmica da aula manteve-se consistente com as anteriores, iniciando com a distribuição impressa do Problema 9. Posteriormente, os estudantes dispuseram de tempo para resolver o problema autonomamente, seguido por uma sessão plenária onde discutiram a solução. Durante essa discussão, abordaram as estratégias utilizadas, defenderam seus pontos de vista e esclareceram dúvidas. O objetivo dessa aula foi verificar se algum estudante apropriou dessa estratégia após a resolução dos problemas 7 e 8.

Figura 34 – Nono problema trabalhado em sala de aula

Problema 9

Um professor de Língua portuguesa sugeriu em uma sala de aula a leitura dos livros Helena, de Machado de Assis, e Iracema, de José de Alencar. Vinte alunos leram Helena, 15 leram só Iracema. 10 leram os dois livros e 15 não leram nenhum deles. Qual é o número de alunos nessa sala?

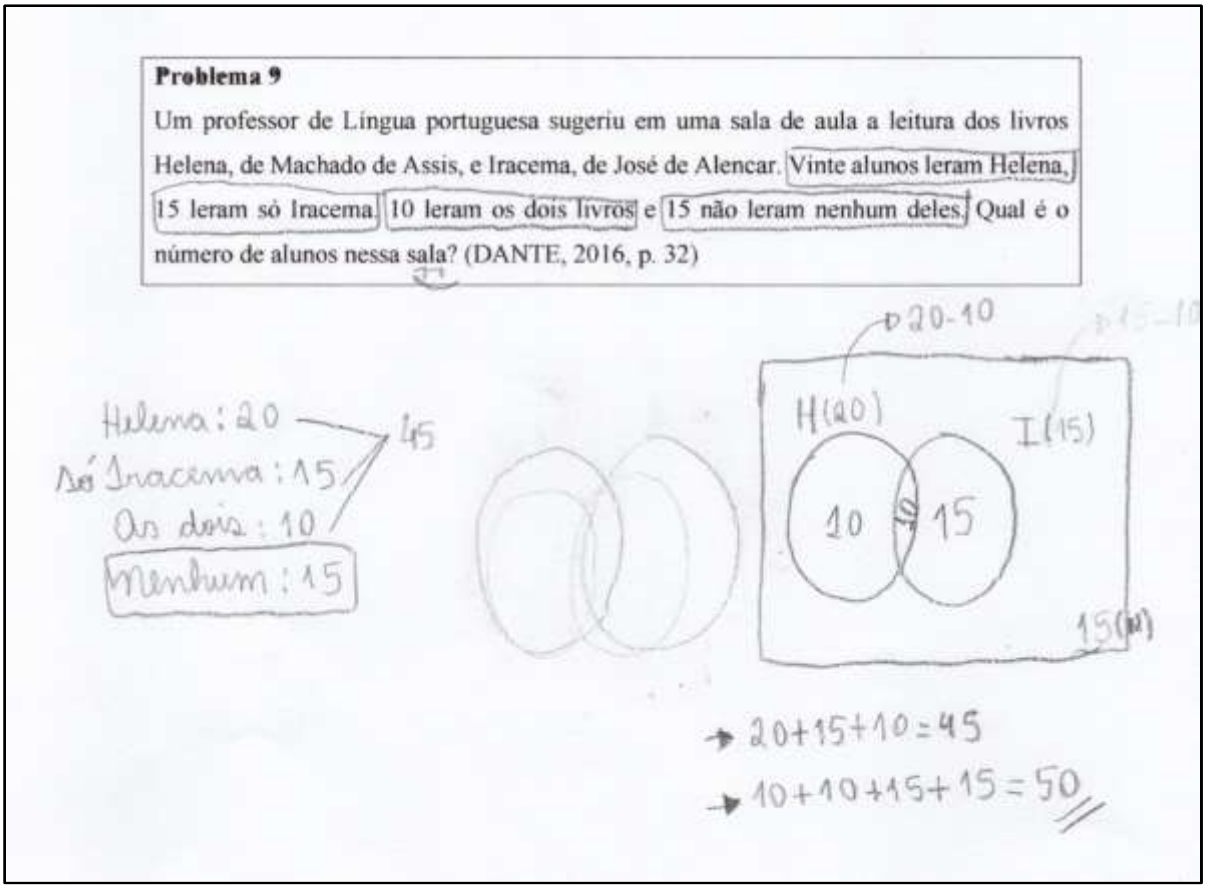
Fonte: (DANTE, 2016, p. 32)

Durante a aplicação desse problema, a Professora-Pesquisadora notou que alguns alunos acharam o problema desafiador, enquanto outros conseguiram encontrar maneiras mais eficazes de expressar visualmente a solução. Além disso, ao apresentar um desafio relacionado à representação visual, a professora observou diferentes reações entre os alunos. Alguns manifestaram entusiasmo diante da oportunidade de expressar suas soluções por meio de desenhos, enquanto outros enfrentaram dificuldades para traduzir suas ideias visualmente. Essa variação de abordagens destacou a diversidade de estilos de aprendizado na sala de aula, contribuindo para uma compreensão mais abrangente das habilidades individuais dos alunos.

Ao final da atividade, a Professora-Pesquisadora teve a oportunidade de discutir com os alunos sobre suas experiências ao resolver o problema e expressar visualmente suas soluções. Alguns diálogos, que ocorreram entre a professora e os alunos, ajudaram a enriquecer ainda mais a compreensão da dinâmica da turma, permitindo insights valiosos sobre as preferências e desafios específicos enfrentados pelos estudantes no contexto da resolução de problemas, cuja a resolução poderia fazer uso de recursos visuais.

Um exemplo foi o processo de resolução adotado pelo aluno A14, que escolheu utilizar a estratégia Fazer um desenho ou Representação Visual. Em um contexto em que vários alunos alcançaram sucesso em suas resoluções, é importante ressaltar que o reconhecimento da abordagem de A14 não tem a intenção de desaprovar outros esforços, mas sim de evidenciar como a estratégia Fazer um desenho ou Representação Visual foi utilizada pelos estudantes.

Figura 35 – O problema 9 resolvido pelo aluno A14



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A14 adotou a estratégica Fazer um Desenho ou Representação Visual para resolver o problema, utilizando um diagrama de Venn para representar as informações fornecidas. Ao criar visualmente conjuntos para os alunos que leram "Helena" e "Iracema", A14 destacou a sobreposição das regiões, evidenciando os alunos que leram ambos os livros. Essa representação gráfica permitiu uma análise mais intuitiva da situação, facilitando a contagem e interpretação dos dados. A14 reconheceu a importância de visualizar as relações entre os conjuntos, evidenciando sua habilidade em aplicar a estratégia para compreender e resolver o problema de maneira eficaz. Foi ótimo constatar que muitos estudantes conseguiram resolver o problema usando a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual. Isso demonstra o poder dessa abordagem na resolução de problemas. As representações visuais podem simplificar conceitos complexos, permitir uma melhor compreensão e ajudar os alunos a identificar soluções de forma mais eficaz. É uma ferramenta valiosa que promove a compreensão conceitual e ajuda a desenvolver habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas. Encorajar os alunos a utilizar essa abordagem é uma excelente prática de ensino.

Vale destacar que, em sala de aula, existem desafios e cabe ao professor entendê-los, analisá-los e fazer intervenções adequadas para minimizá-los. No caso do uso de uma estratégia poderá haver estudantes que não conseguiram se apropriar delas. Por exemplo, a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual pode se configurar em um grande desafio, pois nem sempre é fácil ler e interpretar o problema e, a partir disso, conseguir fazer uma representação desse problema. Diante disso, enfatizamos, fundamentados em Schoenfeld (1985), que a apropriação da capacidade de resolução de problemas é configurada ao longo do tempo, ou seja, não se consegue em curto prazo promover essa apropriação nos estudantes. Porém, nosso trabalho buscou verificar se um ensino fundamentado no uso de estratégias de resolução de problemas poderia tornar um estudante, mesmo em longo prazo, um bom resolvedor de problema, consequentemente, como afirma Polya (2006), aumentar a capacidade de aprendizagem do estudante em Matemática.

Isto posto, a proposta de ensino, por nós apresentada, com base nas evidências levantadas com a nossa interpretação, fundamentada no nosso referencial teórico, se constitui uma maneira legítima de desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática. Isso revela que o objetivo desta pesquisa foi alcançado.

~

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação de mestrado teve como objetivo desenvolver uma pesquisa que buscou construir uma proposta de ensino que visou desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental para resolver problemas de Matemática. A partir dessa proposta, foi produzida uma Sequência Didática, configurada como um Produto Educacional.

Essa pesquisa demandou um estudo aprofundado sobre a Resolução de Problemas, mais especificamente sobre Estratégias de Resolução de Problemas de Matemática. O principal aporte teórico foi o livro de Posametier e Krulik (2015), no qual foram evidenciadas as estratégias trabalhadas em sala de aula. Outros trabalhos também foram fundamentais, como Larson (1983), Polya (2006) e, em uma descoberta posterior, Zeitz (2007).

Com base no referencial teórico, foi construído um plano de ensino para compreender como utilizar estratégias de Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem, com foco no desenvolvimento das habilidades dos estudantes. Primeiramente, foram selecionados alguns problemas do próprio material didático da escola-campo que demandavam alguma das estratégias exploradas pela Professora-Pesquisadora. Posteriormente, para complementar, foram escolhidos problemas de outros materiais (livros didáticos, prova da OBMEP). Além disso, alguns problemas foram elaborados pela Professora-Pesquisadora. A partir desses problemas, foi constituído um projeto de ensino a ser aplicado na turma investigada, com foco no objetivo desta pesquisa.

O projeto de ensino foi aplicado no segundo semestre de 2023. Essa aplicação foi necessária para testar a qualidade do Produto Educacional e fazer ajustes, se necessário. Esses ajustes foram feitos mediante uma análise das evidências levantadas durante a implementação desse Produto Educacional. Essa análise foi realizada por meio de um levantamento de evidências e, a partir delas, seguiu-se uma interpretação com base no referencial teórico e um posicionamento da Professora-Pesquisadora, fundamentado no seu entendimento dos dados e na relação entre eles. Ressaltamos, respaldados por Schoenfeld (1985) que a apropriação da capacidade de resolução de problemas se configura ao longo do tempo, ou seja, não se consegue promover essa apropriação nos estudantes em curto prazo. Contudo, nosso trabalho buscou verificar se um ensino fundamentado no uso de estratégias de resolução de problemas poderia transformar um estudante, mesmo a longo prazo, em um bom resolvedor de problema. Diante disso, a proposta de ensino que apresentamos, baseada nas evidências levantadas e em nossa interpretação fundamentada no referencial teórico, configura-se como uma abordagem legítima para desenvolver a habilidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos. Isso revela que o objetivo desta pesquisa foi alcançado.

Os problemas selecionados para compor sua sequência didática foram cuidadosamente escolhidos com base em critérios pedagógicos sólidos. A adequação à sala de aula regular foi um fator crucial, considerando a diversidade de estilos de aprendizado e necessidades dos alunos. Cada problema foi avaliado quanto à sua capacidade de promover o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas, alinhando-se aos objetivos educacionais estabelecidos. A inclusão de desafios provenientes do material didático da escola-campo, juntamente com fontes externas como livros didáticos e a prova da OBMEP, contribuiu para garantir uma abordagem abrangente.

A pesquisa conduzida neste trabalho desempenha um papel significativo no contexto atual das investigações em Educação Matemática, especialmente no âmbito do "Ensino de Resolução de Problemas". Enquanto estudos recentes têm se voltado para abordagens inovadoras, como o "ensino através da Resolução de Problemas" e a formulação, proposição e resolução de problemas, é crucial reconhecer a escassez acadêmica sobre a eficácia dessas ideias quando os alunos carecem das habilidades fundamentais de resolução de problemas. Este trabalho oferece uma contribuição substancial ao preencher essa lacuna, destacando a importância de desenvolver propostas de ensino práticas e aplicáveis, particularmente direcionadas à capacitação dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Ao abordar o "Ensino de Resolução de Problemas", a pesquisa aqui apresentada não apenas enriquece o campo educacional, mas também destaca a necessidade de aprofundamento acadêmico nessa área essencial para o desenvolvimento matemático dos estudantes.

Os impactos dessa pesquisa são significativos tanto para a prática pedagógica quanto para o avanço da área de Resolução de Problemas na Educação Matemática. A construção da proposta de ensino e a subsequente produção da Sequência Didática como um Produto Educacional oferecem uma abordagem concreta e aplicável no desenvolvimento das habilidades dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental para a resolução de problemas matemáticos. Os resultados indicam que, embora a apropriação da capacidade de resolução de problemas seja um processo gradual ao longo do tempo, a abordagem fundamentada no uso de estratégias de resolução de problemas pode transformar estudantes em bons resolvedores a longo prazo. Isso sugere que a proposta de ensino desenvolvida nesta pesquisa não apenas atingiu seu objetivo específico, mas também pode servir como uma abordagem legítima para outros professores interessados em fortalecer as habilidades de resolução de problemas de seus alunos.

A análise cuidadosa das evidências coletadas permitiu ajustes necessários, ressaltando a adaptabilidade e a relevância da proposta educacional. A apropriação da capacidade de resolução de problemas, embora reconhecida como um processo gradual, demonstrou-se passível de transformação a longo prazo mediante o ensino de estratégias específicas. Como resultado, acredita-se que as aulas elaboradas e o Produto Educacional podem não apenas enriquecer o repertório da Professora-Pesquisadora, mas também oferecer um valioso recurso para outros educadores interessados em aprimorar as habilidades de resolução de problemas de seus alunos.

Portanto, acreditamos que as aulas elaboradas e apresentadas no Produto Educacional têm potencial para serem utilizadas não apenas pela Professora-Pesquisadora, mas também por outros educadores em busca de práticas inovadoras alinhadas aos objetivos deste estudo. Além disso, espera-se que este Produto Educacional e a pesquisa associada possam servir como recursos valiosos para inspirar e apoiar professores e pesquisadores na criação de novas propostas de ensino e pesquisa na área de Resolução de Problemas, contribuindo para o avanço contínuo da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática:** por que através da Resolução de Problemas. In: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: Teoria e Prática. [s.l.], Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 17–32.

ALVES, D.; MONTEIRO, E.; MELO, J. A. DE. **Coleção Ensino Fundamental 9° Ano**. Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2022. v. 4

AZEVEDO, Á. A. D.; ALVES, D.; MONTEIRO, E. **Bernoulli Matemática 8 º Ano**. [s.l.] Bernoulli Sistema de Ensino, 2023. v. 3

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental . Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018

DANTE, L. R. **Matemática Contexto e Aplicações**. 3. ed. [s.l.] Ática, 2016. v. 3

DANTE, L. R.. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: Teoria e prática. 1. ed. São Paulo: ática, 2009.

ENGEL, A. **Problem-Solving Strategies**. Riverdale: Springer, 1998.

FERREIRA, N. C.; MARTINS, E. R.; ANDRADE, C. P. de. CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS. In: PINHEIRO, J. M. L.; LEAL, L. C. (Ed.). **A Matemática e seu Ensino: olhares em Educação Matemática.** São Paulo: LF Editorial, 2018. p. 143–161.

HOUAISS, A. e VILLAR, M. S. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

KAUARK, F.; MANHÃES, F. C.; MEDEIROS, C. H.. **Metodologia da pesquisa:** guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

LARSON, L. C. **Problem-Solving Through Problems**. Riverdale: Springer, 1983.

MASSUCATO, M. E MAYRINK, E. D.. **Nova Escola Gestão, 2015:** Qual a diferença entre problema e exercício? (gestaoescolar.org.br) Disponível em: https://gestaoescolar.org.br/conteudo/1504/qual-a-diferenca-entre-problema-e-exercicio. Acesso em: 28 de out. de 2021.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. Uma Abordagem Histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R. et al. (Ed.). **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: Teoria e Prática.** [s.l.], Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 17–32.

OBMEP. **Olimpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. , 2018. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1Pq5kKyXBkZq-XvQdVeeFaeyIw_KuIbHh/view> Acessado em: Abril de 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas**. Tradução: H L Araújo. Rio de Janeiro-RJ: Editora Interciência, 2006.

POSAMENTIER, A. S.; KRULIK, S. **Problem-Solving Strategies in Mathematics: From common Approaches to Exemplary Strategies**. Philadelphia: World Scientific, 2015. v. 01

ROJO, R.; GLAÍS, S. C. **Apresentação - Gêneros e orais e escritos como objetos de ensino**: Modo de pensar, modo de fazer. In: SCHNEUWLY, Bernard; DOLZ, Joaquim. Gêneros Orais e Escritos na escola/ tradução e organização Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro.Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

SCHOENFELD. **MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING**. LONDON: ACADEMIC PRESS INC. LTD., 1985.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. Em: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. year book. Reston-VA: NCTM-National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

STANCAELLI, R.. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para entender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2011, p.103-116.

TOH, T. L. (ED.). **Making mathematics practical: an approach to problem solving**. Singapore ; Hackensack, NJ: World Scientific, 2011.

WALLE, J. A. V. DE; KARP, K. S.; WLLIANS, J. M. B. **Elementary and Middle School Mathematics: teaching developmentally**. Boston: Pearson Education, 2010.

ZAMBALDI, I do Code, Resolução de problemas: entenda a metodologia por trás da solução. Disponível em: < https://idocode.com.br/blog/educacao/resolucao-de-problemas/> Acessado em: Fevereiro de 2023.

ZEITZ, P. **The art and craft of problem solving**. 2nd ed ed. Hoboken, NJ: John Wiley, 2007.

APÊNDICES

APÊNDICE A - PRODUTO EDUCACIONAL

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

CAMILLA XAVIER SOUSA

NILTON CEZAR FERREIRA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA ESTUDANTES DO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

JATAÍ

2023

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

INSTITUTO FEDERAL
Goiás

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[ ] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento
[x] Produto Técnico e Educacional - Tipo: Sequência Didática

Nome Completo da Autora: Camilla Xavier Sousa
Matrícula: 20211020280022
Título do Trabalho: Estratégias de Resolução de Problemas: Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Autorização - Marque uma das opções

1. (x) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. (   ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data __/__/____ (Embargo);
3. (   ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

(   ) O documento está sujeito a registro de patente.
(   ) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
(   ) Outra justificativa: ____________________________

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí - GO, 18/03/2024.

gov.br
CAMILLA XAVIER SOUSA

____

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

INSTITUTO FEDERAL
Goiás

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[ ] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento
[x] Produto Técnico e Educacional - Tipo: Sequência Didática

Nome Completo do Autor: Nilton Cezar Ferreira
Matrícula: 2444038
Título do Trabalho: Estratégias de Resolução de Problemas: Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Autorização - Marque uma das opções

1. (x) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ( ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/_____ (Embargo);
3. ( ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

( ) O documento está sujeito a registro de patente.
( ) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
( ) Outra justificativa: ____________________________________

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí- GO, 18/03/2024.

gov.br

____
Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Goiás

Programa de Pós-Graduação em
Educação pra Ciências e
Matemática

CAMILLA XAVIER SOUSA

NILTON CEZAR FERREIRA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA ESTUDANTES DO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto Educacional vinculado à dissertação: **UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

JATAÍ

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Sousa, Camilla Xavier.

Estratégias de resolução de problemas: uma proposta de ensino sobre resolução de problemas para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental: Produto Educacional vinculado à dissertação Uma proposta de ensino sobre resolução de problemas com alunos do Ensino Fundamental [manuscrito] / Camilla Xavier Sousa; Nilton Cezar Ferreira. - 2023.

38 f.; il.

Produto Educacional (Mestrado) – Sequência Didática – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2023.

Bibliografias.

1. Heurísticas de Resolução de Problemas. 2. Matemática. 3. Ensino e Aprendizagem. 4. Intervenção Pedagógica. 5. Prática de Ensino. I. Ferreira, Nilton Cezar. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Téc.: Aquisição e Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Rosy Cristina Oliveira Barbosa – CRB 1/2380 – Câmpus Jataí. Cód. F024/2024-1.

INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

CAMILLA XAVIER SOUSA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação para Ciências e Matemática, defendido e aprovado, em 15 de dezembro de 2023, pela banca examinadora constituída por: **Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira** - Presidente da banca/Orientador - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG; **Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel** - Membro interno - Universidade Federal de Jataí – UFJ, e **Prof. Dr. Marcio Pironel** - Membro externo - Instituto Federal de São Paulo – IFSP. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê da aluna.

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira
Presidente da Banca (Orientador - IFG)

(assinado eletronicamente)
Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel
Membro interno (UFJ)

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Marcio Pironel
Membro Externo (IFSP)

Documento assinado eletronicamente por:

- Viviane Barros Maciel, Viviane Barros Maciel - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Ufj (35840659000130), em 19/12/2023 14:32:26.
- MARCIO PIRONEL, MARCIO PIRONEL - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Ifsp (10882594000165), em 18/12/2023 06:40:11.
- Nilton Cezar Ferreira, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 17/12/2023 11:26:38.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 15/12/2023. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 491263
Código de Autenticação: 14edf75f00

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Av. Presidente Juscelino Kubitschek, nº 775, Residencial Flamboyant, JATAÍ / GO, CEP 75804-714
(64) 3514-9699 (ramal: 9699)

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

Caro Professor(a),

Este material didático foi desenvolvido como parte de uma pesquisa de Mestrado em Educação para Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí. Ele consiste em uma Sequência Didática criada com base em atividades em sala de aula, com o objetivo de enriquecer o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Este recurso educacional foi projetado para apoiar professores que lecionam para alunos dos anos finais do ensino fundamental. Dentro deste texto, você encontrará propostas de atividades que incluem problemas a serem abordados em sala de aula. O objetivo desses problemas é desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática. Isso consequentemente visa tornar os estudantes bons resolvedores de problemas.

Para elaboração dessa Sequência Didática foi necessário um estudo aprofundado sobre a Resolução de Problema, mais especificamente sobre Estratégias de Resolução de Problemas de Matemática. Após a apropriação da base teórica, ou seja, do entendimento de como utilizar estratégias de Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem, com foco no desenvolvimento das habilidades dos estudantes, buscou-se, primeiramente, selecionar problemas adequados do próprio do material didático da escola-campo, aqueles que demandam alguma das estratégias de resolução. Para complementar os problemas selecionados necessitou-se de outros materiais (livros e OBMEP) e também algumas elaborações próprias.

Esse material já passou por testes em uma turma do nono ano do ensino fundamental em uma escola privada. Um plano de ensino foi elaborado, consistindo em 9 problemas que foram trabalhados ao longo de 9 encontros de cinquenta minutos cada.

Este material começa com uma introdução teórica *sobre* Resolução de Problemas, ou seja, a utilização da Resolução de Problemas no desenvolvimento de pensamento matemático. Após a apresentação da parte teórica, é feita uma proposta em 3 etapas de como esse trabalho pode ser implementado em sala de aula. O roteiro inclui:

Etapa 1: A apresentação de um problema, permitindo que os alunos tentem resolvê-lo por conta própria por um período de tempo, sem intervenção do professor.

Etapa 2: A observação do professor sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes durante e depois da tentativa de resolução, com o objetivo de identificar qual ou quais estratégias foram utilizadas em cada problema.

Etapa 3: Uma possível solução apresentando uma estratégia para cada problema.

Após a conclusão de cada atividade, são disponibilizados comentários que destacam elementos significativos observados durante a implementação da Sequência Didática. Esses comentários têm a finalidade de auxiliar os professores a compararem suas próprias aplicações com os resultados obtidos. No encerramento deste trabalho, são apresentadas reflexões destinadas a estimular a consideração da possibilidade de desenvolver novos projetos seguindo essa abordagem, com foco na aplicação prática em sala de aula.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: uma abordagem para o desenvolvimento do pensamento matemático

A resolução de problemas desempenha um papel fundamental como agente do desenvolvimento cognitivo em indivíduos de todas as idades, desde a infância até a idade adulta. Ela contribui significativamente para o desenvolvimento das habilidades cognitivas e intelectuais de uma pessoa, promovendo assim o desenvolvimento do pensamento crítico, estimulando a criatividade, fortalecendo a resiliência, aprimorando as habilidades de resolução de problemas, fomentando a autonomia e desenvolvendo a autorregulação.

Certamente, a Resolução de Problemas é uma estratégia pedagógica versátil, e sua implementação na sala de aula pode ser adaptada de acordo com os objetivos educacionais e as preferências do professor. Conforme destacado por Schroeder e Leste (1989), existem três abordagens principais para abordar a Resolução de Problemas em ambiente escolar, cada uma delas com suas características distintas.

Ensinar sobre resolução de problemas: Nessa abordagem, o foco principal é fornecer aos alunos informações sobre os processos e estratégias envolvidos na resolução de problemas. Os professores apresentam conceitos, técnicas e métodos específicos que podem ser aplicados para resolver problemas matemáticos ou de outras áreas. Os alunos aprendem as etapas a seguir, como analisar o problema, identificar dados relevantes, desenvolver planos de ação e verificar soluções. É uma abordagem mais instrutiva e expositiva, destinada a equipar os alunos com habilidades e conhecimentos específicos relacionados à resolução de problemas. Parte superior do formulário

Ensinar para resolver problemas: Nessa abordagem, o objetivo principal é desenvolver a capacidade dos alunos de resolver problemas de forma independente. Os professores criam um ambiente de aprendizado que incentiva a curiosidade, a exploração e a experimentação. Eles apresentam problemas desafiadores que requerem pensamento crítico e criativo. Os alunos são encorajados a explorar diferentes abordagens, a testar estratégias e a aprender com seus erros. Essa abordagem visa aprimorar as habilidades de resolução de problemas dos alunos, incentivando a autonomia e a autorregulação.

Ensinar através da resolução de problemas: Nessa abordagem, a resolução de problemas é usada como um veículo para ensinar conceitos e conteúdos específicos. Os alunos aprendem novos conceitos à medida que os aplicam na resolução de problemas do mundo real. Isso torna a aprendizagem mais contextual e relevante, pois os alunos veem imediatamente como os conceitos se aplicam na prática. Essa abordagem promove a construção ativa do conhecimento, à medida que os alunos exploram e descobrem conceitos enquanto resolvem problemas.

A escolha entre essas abordagens depende dos objetivos de aprendizado e das características dos alunos. Muitas vezes, uma combinação das três abordagens pode ser eficaz para promover uma compreensão profunda dos conceitos, ao mesmo tempo em que desenvolve as habilidades de resolução de problemas e a autonomia dos alunos. O importante é adaptar a abordagem ao contexto específico da sala de aula e às necessidades dos alunos.

Nesse contexto, a abordagem a ser cuidadosamente explorada e investigada nesta pesquisa é o **ensino sobre Resolução de Problemas**. Reconhecendo sua versatilidade e impacto no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, esta pesquisa se dedicará a analisar de forma aprofundada como essa estratégia pode ser implementada de maneira eficaz em ambientes educacionais, considerando as três abordagens identificadas por Schroeder e Leste (1989). O objetivo é contribuir para uma compreensão mais completa de como a Resolução de Problemas pode ser aplicada de forma aprimorada na sala de aula, promovendo um ambiente de aprendizado enriquecedor e o desenvolvimento de habilidades fundamentais nos alunos.

2.1 Tipos de problemas

A diferenciação entre exercício e problema é crucial para o desenvolvimento efetivo do ensino de Matemática. Enquanto os exercícios frequentemente se baseiam na aplicação repetitiva de métodos previamente ensinados, os problemas envolvem a capacidade de reflexão, tomada de decisões e a ausência de conhecimento prévio dos algoritmos necessários para a resolução. A compreensão dessa distinção é destacada como essencial para orientar as ações pedagógicas na sala de aula. Para Massucato (2015) um problema demanda a criação de estratégias, execução cuidadosa dos planos delineados e revisão crítica da solução, ressalta-se a importância do professor em incentivar os alunos a enfrentarem desafios contextualizados, promovendo assim a formação de estudantes aptos a abordar problemas de maneira sistemática e consistente.

Preparar um problema matemático eficaz demanda que o professor possua conhecimento abrangente sobre os diversos tipos de problemas existentes. Essa compreensão não apenas permite ao educador escolher desafios alinhados aos objetivos de aprendizado, mas também contribui para a criação de situações que incentivem os alunos a aplicarem habilidades matemáticas de forma significativa. Diferentes categorias de problemas, como problemas de otimização, problemas de modelagem e problemas de raciocínio lógico, exigem abordagens distintas. O domínio dessas variações possibilita ao professor uma seleção criteriosa, promovendo assim um ambiente de aprendizado rico em desafios e estímulos para o desenvolvimento das capacidades analíticas e críticas dos estudantes.

Segundo DANTE (2009) os problemas podem ser do tipo:

Quadro 01: Tipos de problemas de Matemática de acordo com Dante

(continua)

Tipo de problema	Exemplo[1]
1. **Problemas-padrão –** Sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo (DANTE, 2009, p. 25).	Na loja Pague Bem, um produto está sendo vendido com desconto de 20%. Se o preço original do produto é de R$ 100, qual será o preço com o desconto aplicado?
2. Problemas-padrão simples – são problemas que podem ser resolvidos com uma única operação (DANTE, 2009, p. 25).	Gabriela comprou exatamente 95 bolinhas de gude, que são vendidas em pacotes de 5, 10 e 25 unidades. Qual é a menor quantidade de pacotes que ele pode comprar?
3. Problemas-padrão composto – são problemas que podem ser resolvidos com duas ou mais operações (DANTE, 2009, p. 25).	Um comerciante de frutas comprou 360 laranjas para vender e vai embalar as frutas em caixas de 12 unidades, guardando-as em pacotes com três caixas cada uma. Quantos pacotes serão utilizados para embalar todas as laranjas?

Fonte: Elaborado pela autora.

[1] Elaborado pela autora

Quadro 01 – Tipos de problemas de Matemática.

(continuação)

Tipo de problema	Exemplo[2]
4. Problemas-processo ou heurísticos – são problemas cuja solução envolve operações que não estão explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvido pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas-padrão (DANTE, 2009, p. 25).	Ana Júlia está organizando uma festa de aniversário e deseja distribuir as mesas para os convidados de forma a maximizar a interação entre eles. Ela tem um total de 20 convidados e 5 mesas disponíveis. Como Ana Júlia pode organizar os convidados nas mesas de modo que cada convidado se sente ao lado de pessoas que ele ainda não conhece?
5. Problemas de aplicação – são aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situação-problema contextualizada (DANTE, 2009, p. 27).	Um supermercado está oferecendo um desconto de 20% em todos os produtos de limpeza. Se uma pessoa compra um detergente que custa R$ 5,00 e um desinfetante que custa R$ 8,00, qual será o valor total a ser pago com o desconto?
6. Problemas de quebra cabeça – são problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução (DANTE, 2009, p. 28)	Claudinha possui duas peças de quebra-cabeça numeradas, uma com o número 3 e outra com o número 5. O objetivo é colocar essas duas peças de forma que a soma dos números em cada lado seja igual a 8. Como Claudinha pode posicionar as peças de forma que a soma dos números em cada lado seja igual a 8?

Fonte: Elaborado pela autora.

Note que a categorização de problemas delineada por Dante (2009) leva em conta exclusivamente o procedimento de resolução necessário; outras variáveis, como

[2] Elaborado pela autora

potencialidades, grau de dificuldade, quantidade e natureza das soluções, não são abrangidas por essa classificação. Frente aos diversos tipos de problemas apresentados no quadro 01, é válido destacar que, ao selecionar ou elaborar problemas apropriados que promovam uma diversificação e ampliação do raciocínio dos estudantes, é preciso levar em conta não apenas as características que determinam a natureza da resolução, mas também outros aspectos relevantes.

Essa abordagem é defendida por Stancanelli (2001), que diferencia os problemas com base em diversas características específicas. Nesse contexto, ele considera: Problemas sem solução, Problemas com mais de uma solução, Problemas com excesso de dados, Problemas de lógica e Problemas não convencionais. Dado que há distintas categorias de desafios e diversas abordagens para abordar a resolução de problemas em ambientes educacionais, é crucial apresentar uma variedade de problemas aos alunos. Essa diversidade permite orientar os estudantes a empregar diferentes estratégias na solução desses desafios, visando promover um desenvolvimento mais eficaz das habilidades de resolução de problemas.

2.2 – Estratégias para resolver problemas

Embora a Estratégia de Resolução de Problemas possa ser concebida como um conjunto de ideias ou procedimentos que levam à solução de um problema, alguns pesquisadores, as categorizaram como um conjunto de técnicas que orientam sobre como abordar a resolução do problema. Larson (1983) identifica doze Estratégias de Resolução de Problemas. Apesar de ele as denominar de heurísticas, na nossa perspectiva, elas representam, primariamente, o que comumente chamamos de Estratégias de Resolução de Problemas. Segundo Larson, as estratégias incluem: busca por padrões; representação por figuras; formulação de problemas equivalentes; modificação de um problema; escolha de uma notação específica; exploração de simetrias; divisão em casos; retrocesso; argumentação por contradição; busca por paridade; consideração de casos extremos; e generalização.

Entre as estratégias para resolver problemas Posamentier e Krulik (2015) enumera em dez categorias, que são fundamentais para aprimorar as habilidades dos estudantes na abordagem de desafios matemáticos. São elas: Raciocínio Lógico; Reconhecimento de Padrões; Organização dos Dados; Criação de Desenhos ou Representações Visuais; Exploração de Todas as Possibilidades; Trabalho no Sentido Inverso; Adivinhação com Testes Inteligentes; Adoção de um Ponto de Vista Diferente; Resolução de Problemas Análogos Mais Simples; e Consideração de Casos Extremos. Estas estratégias são cuidadosamente integradas em nossa sequência didática, visando proporcionar uma abordagem abrangente e eficaz para o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas dos alunos.

Sequência Didática

3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Uma proposta de trabalho sobre a resolução de problemas em sala de aula.

Entendemos a Sequência Didática, conforme Zabala (1998), como um roteiro educacional que compreende um conjunto de atividades meticulosamente organizadas, estruturadas e articuladas, com o propósito de atingir objetivos educacionais específicos. Esta abordagem pedagógica pressupõe uma sequência lógica de etapas, que não apenas proporciona clareza ao docente, mas também é transparente para os alunos, estabelecendo um percurso educacional com um início e um término claramente definidos. Nesse contexto, a Sequência Didática visa criar um ambiente de aprendizado engajador e coerente, oferecendo uma trajetória didática compreensível para todos os envolvidos no processo educacional.

A sequência didática desde produto educacional planejada para ser desenvolvida ao longo de 9 encontros de cinquenta minutos cada, destinada a estudantes do nono ano do ensino fundamental. O principal objetivo é desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática. A partir dessa análise é relevante frisar que, nessa fase, a Professora-Pesquisadora deverá adotar uma postura de intervenção mínima no processo de Resolução de Problemas, limitando-se a observar e encorajar os estudantes.

A seguir, apresentamos um roteiro de atividades que consiste em problemas de Matemática que demandam diferentes estratégias para resolver. É importante ressaltar que este roteiro serve como uma orientação para professores que possam não estar familiarizados com esse tipo de ensino. Portanto, recomendamos que o professor adapte as atividades de acordo com sua realidade e experiência, além de buscar constantemente novos problemas e métodos que possam aprimorar essas estratégias, tornando-a cada vez mais eficaz.

Primeiro Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 1, a seguir:

Problema 1

Fernanda depositou R$850,00 numa aplicação financeira a uma taxa de juros de 2% ao mês, no regime de juros simples. Após 5 meses, qual o valor do rendimento da aplicação de Fernanda? (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 4)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é importante permitir que o aluno tente resolver o problema sem qualquer intervenção do professor, que deve limitar-se a observar o comportamento do estudante e encorajá-lo a prosseguir na resolução da questão.

Etapa 3 - Uma possível solução: Primeiramente, vamos entender o significado de 2% de R$ 850,00. 2% de juros significa juros de R$ 2,00 a cada R$ 100,00 aplicados. Assim, R$ 100,00 aplicados produz juros de R$ 2,00; R$ 200,00 aplicados produz juros de R$ 4,00; R$ 300,00 aplicados produz juros de R$ 6,00 e assim por diante. Com isso, é possível perceber o seguinte padrão: Os juros de um capital podem ser determinados multiplicando o capital pela taxa percentual e dividir por 100 o produto obtido. Com isso, R$ 850,00 produz juros de $(850 \cdot 2) \div 100 = 17$, ou seja, R$ 850,00 produz R$ 17,00 de juros. Observe que a taxa percentual é mensal, logo esses juros referem-se a apenas um mês. Como a capitalização é em juros simples, isto é, juros não produz juros, pode-se perceber que os juros acumulados em 5 meses seriam $17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 5 \cdot 17 = 85$. Portanto o resultado do problema é R$ 85,00. Conclui-se então, que um capital C, a uma taxa percentual i, em um período t, produz juros J, determinados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}.$$

Comentários: A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 1 pode ser resolvido com a estratégia Busca por Padrão, ou pelo menos, que ela possa ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. A princípio, não se espera que os estudantes resolvam da maneira proposta, porém espera-se que eles percebam padrões existentes no conteúdo trabalhado e que eles possam usá-los para ajudar no processo de resolução. Gostaríamos de observar também que esse processo pode tornar a aula mais significativa, pois a percepção de padrões pode ser utilizada na formalização de procedimentos e de fórmulas matemáticas. Com isso, ao invés do professor apresentar a fórmula para os alunos, ele leva os estudantes a conceberem essa fórmula.

Segundo Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema 2: Neste momento o professor deverá apresentar o problema 2 para a turma.

Problema 2[3]
Zezinho das Couves abriu uma caderneta de poupança no Banco Roubo Certo e depositou R$12.000,00. Considerando que a taxa da caderneta de poupança era de 2,5% a.m., com juros simples. Ao final de 7 meses, quanto Zezinho tinha no banco?

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é crucial proporcionar ao estudante a oportunidade de tentar solucionar o problema por si só, enquanto o papel do professor se limita a observar o progresso do aluno e encorajá-lo a abordar a resolução da questão.

Etapa 3 - Uma possível solução: Inicialmente, faremos uma elucidação sobre o significado de 2,5% de R$ 12.000,00. 2,5% de juros significa R$ 2,50 a cada R$ 100,00 aplicados, que é equivalente a juros de R$ 5,00 a cada R$ 200,00 aplicados. Com isso, R$ 200,00 aplicados gera um juro de R$ 5,00; R$ 400,00 aplicados produz juros de R$ 10,00; R$ 600,00 aplicados produz juros de R$ 15,00 e assim por diante. Logo, é possível perceber o seguinte padrão: Os juros de um capital podem ser determinados por meio da centésima parte do produto do capital aplicado pela taxa percentual. Com isso, R$ 12.000,00 produz juros de $(12.000 \cdot 2,5) \div 100 = 300$, ou seja, R$ 12.000,00 produz R$ 300,00 de juros. Observe que a taxa percentual é mensal, logo esses juros referem-se apenas um mês. Como a capitalização é em juros simples, isto é, juros não produz juros, pode-se perceber que os juros acumulados em 7 meses seriam $300 + 300 + 300 + 300 + 300 + 300 + 300 = 7 \cdot 300 = 2.100$. Diante disso, o juro acumulado no período em

[3] Elaborado pela autora.

que foi aplicado é de R$ 2.100,00. De maneira geral, um capital C, a uma taxa percentual i, em um período t, produz juros J, determinados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}.$$

Infere-se, portanto, que para determinar o Montante que Zezinho tinha no banco ao final do período é R$ 12.000,00 + R$ 2.100,00 = R$ 14.100,00, tendo sua determinação através da formulado do montante que é dada por:

$$M = C + J = C + \frac{C \cdot i \cdot t}{100} = \frac{C\,(1 + i.t)}{100}.$$

Comentários

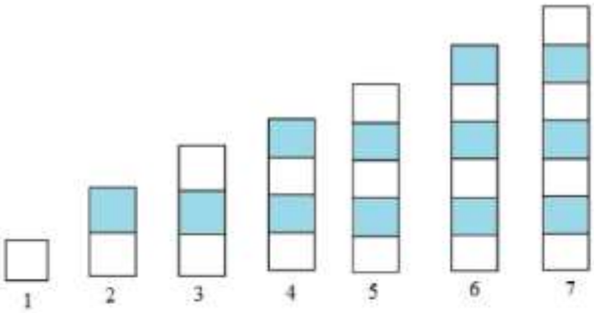
Nesse problema, apesar do objetivo ser desenvolver habilidade do aluno, ou seja, ensina-lo a resolver problemas por meio de estratégias, neste caso, a de Busca por Padrão, intenciona-se também utilizar a estratégia para levar o aluno a conceber conceitos importantes do conteúdo Matemática Financeira, como o significado de taxa percentual de juros e de onde se originam as fórmulas para o cálculo de juros e de montante. A priori, não é esperado que todos os estudantes consigam perceber os padrões descritos na solução apresentada. Como já enfatizamos, nesta pesquisa buscaremos entender como os estudantes reagem diante de um problema. É possível que esse problema seja resolvido de outra maneira, com o uso de outra estratégia, ou até mesmo de maneira mecanizada, ou seja, por meio de alguma fórmula ou procedimento que o estudante já aprendeu anteriormente. Neste caso, por meio de questionamentos, a Professora-Pesquisadora, em um momento oportuno, buscará fazer com que o estudante reflita sobre o processo que ele utilizou para resolver o problema e perceba a necessidade de, sempre que possível, apresentar uma justificativa para sua resolução. Ressaltamos que ainda neste momento a professora pesquisadora fará um mínimo de interferência possível no processo de Resolução de Problemas, ou seja, ela deverá apenas observar e ajudar o estudante a entender o problema proposto, porém posteriormente este problema será retomado, dessa vez com uma discussão coletiva a respeito da aplicação da estratégia mencionada.

Terceiro Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema 3: Agora é o momento adequado para que o professor introduza o terceiro problema perante a turma.

Problema 3[4]
Considere a sequência de figuras:

Figura 1 - Sequência de quadrados



Fonte: Elaborado pela autora

Supondo que a regularidade observada na formação dessa sequência permaneça a mesma, determine o número de quadrados brancos nas figuras de número 132 e 201.

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é fundamental permitir que o estudante tente resolver o problema sem a intervenção direta do professor. O papel do professor deve ser observar o comportamento do estudante atentamente e motivá-lo a engajar-se na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Observe que cada linha de debaixo para cima, sempre tem quadrinhos da mesma cor, por exemplo: A primeira linha é composta apenas por quadrados brancos. A segunda linha alterna entre quadrados brancos e pretos. A terceira linha é composta apenas por quadrados brancos novamente. Esse padrão continua alternando entre linhas com quadrados brancos e linhas de quadrados pretos. Observe também que as figuras que tem

[4] Elaborado pela autora.

números pares, possuem a mesma quantidade de quadrados pretos e quadrados brancos. Outro padrão seria em relação ao número de quadrados em cada figura, ou seja, figura 1: um quadrado, figura 2: dois quadrados, figura três: três quadrados, e assim por diante, então na figura 132 temos 132 quadrados. Como 132 é par, temos 66 brancos e 66 pretos. Nos impares sempre tem um quadrado branco a mais, então na figura 200 eu tenho 100 brancos e 100 pretos, logo na 201 eu teria um branco a mais, ou seja, 100 + 1 = 101 quadrados brancos.

Comentários: É imprescindível ressaltar que não se espera que todos os estudantes sejam capazes de identificar os padrões mencionados na solução apresentada. É possível que os estudantes abordem o problema de maneiras distintas, utilizando estratégias diversas ou até mesmo aplicando fórmulas ou procedimentos automatizados que já tenham aprendido anteriormente. Nessas circunstâncias, a Professora-Pesquisadora empregará questionamentos para estimular os estudantes a refletirem sobre o processo empregado para solucionar o problema e a reconhecerem a importância de justificarem suas respostas sempre que possível. É relevante frisar que, nessa fase, a Professora-Pesquisadora adotará uma postura de intervenção mínima no processo de Resolução de Problemas, limitando-se a observar e encorajar os estudantes. Posteriormente, o problema será revisado em uma discussão coletiva, fomentando uma reflexão conjunta acerca da aplicação da estratégia mencionada

Quarto Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nesse instante, o professor deve introduzir o problema 4 à turma.

Problema 4[5]

Três irmãos estão discutindo sobre suas idades. Suas idades somadas resultam em 27 anos. O mais velho afirma ser o dobro da idade do irmão do meio, enquanto o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um dos três irmãos?

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Durante esta fase, é importante permitir que o aluno tente resolver o problema sem intervenção do professor, que deve apenas observar o comportamento do estudante e motivá-lo a trabalhar na solução da questão.

[5] Elaborada pela autora

Etapa 3 - Uma possível solução: Para resolver esse problema, podemos começar atribuindo variáveis às idades dos irmãos e usar o raciocínio lógico para determinar as relações entre elas. A soma das idades deve ser igual a 27 anos. Com isso podemos chamar as idades dos três irmãos de A, B e C, respectivamente de:

Expressão 1: A soma das idades dos três irmãos é 27: $A + B + C = 27$.

Expressão 2: O irmão mais velho afirma ter o dobro da idade do irmão do meio: $A = 2B$.

Expressão 3: O irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo: $B = 3C$.

Agora, podemos substituir as expressões (2) e (3) na expressão (1) para encontrar a idade dos irmãos:

$A + B + C = 27$ Substituindo $A = 2B$ e $B = 3C$, temos:

$$2B + 3C + C = 27$$

$$2B + 4C = 27$$

Agora, podemos usar a estratégia de tentativa e erro para encontrar a combinação de números inteiros que satisfaça essa equação. Vamos começar com $B = 5$ e $C = 2$:

$$2(5) + 4(2) = 10 + 8 = 18 \text{ (não é igual a 27)}$$

Podemos tentar outra combinação: $B = 9$ e $C = 3$:

$$2(9) + 4(3) = 18 + 12 = 30 \text{ (não é igual a 27)}$$

Por tentativa e erro, podemos encontrar que $B = 6$ e $C = 2$, que satisfazem a equação:

$$2(6) + 4(2) = 12 + 8 = 20$$

Agora, podemos substituir o valor de $B = 6$ na equação (2) para encontrar A:

$$A = 2B = A = 2\ (6)$$

$$A = 12$$

Portanto, as idades dos três irmãos são: A = 12, B = 6 e C = 2. O irmão mais velho tem 12 anos, o irmão do meio tem 6 anos e o irmão mais novo tem 2 anos. Este é um problema de matemática fácil que requer raciocínio lógico para determinar a idade dos três irmãos.

Comentários

A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 4 pode ser resolvido com a estratégia Raciocínio Lógico, ou pelo menos, que ela possa ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. É importante observar que existem várias maneiras de resolver problemas e diferentes estratégias podem ser empregadas pelos estudantes. Ao apresentar esse problema com o raciocínio lógico, espera-se que os estudantes percebam as conexões lógicas entre os elementos do problema e que possam utilizá-las para auxiliar no processo de resolução. Além disso, acredita-se que essa abordagem possa tornar a aula mais significativa, pois os estudantes podem desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos e aplicar o raciocínio lógico em outros contextos. Assim, observar as reações dos estudantes diante desse problema pode fornecer informações valiosas sobre sua capacidade de raciocínio e sua compreensão do conteúdo trabalhado. No entanto, é importante lembrar que os estudantes podem abordar o problema de maneiras diferentes e que outras estratégias também podem ser eficazes. A variedade de estratégias e soluções pode enriquecer a discussão em sala de aula e fornecer uma oportunidade para os estudantes compartilharem seus diferentes pontos de vista.

Quinto Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 5, a seguir:

Problema 5[6]
Três amigos (Huguinho, Zezinho e Luisinho) estão participando de uma competição de quebra-cabeças. Cada um deles resolveu um quebra-cabeça diferente e conseguiu um tempo diferente para concluir. (Quebra cabeça 1, quebra cabeça 2 e quebra cabeça 3).
Informação 1 - O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido.
Informação 2 - Zezinho terminou antes de Luisinho.
Descubra a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu.

[6] Elaborado pela autora

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nessa fase, é fundamental que o estudante tenha a oportunidade de tentar resolver o problema sem a intervenção direta do professor. O professor deve desempenhar o papel de observador, limitando-se a analisar o comportamento do estudante e encorajando-o a se engajar na resolução do problema

Etapa 3 - Uma possível solução: Podemos resolver esse problema utilizando a estratégia de Raciocínio Lógico. Primeiro vamos analisar as informações fornecidas. O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido. Isso significa que Huguinho não terminou em primeiro lugar, mas também não terminou em último lugar. Portanto, ele está na posição do meio. Zezinho terminou antes de Luisinho. Zezinho não terminou em último lugar, o que significa que ele está na posição do meio ou em primeiro lugar. Como Huguinho está na posição do meio, Zezinho deve estar em primeiro lugar. Agora, temos Zezinho em primeiro lugar. Vamos atribuir os quebra-cabeças a cada pessoa:

- Zezinho: Quebra-cabeça 1

Agora, resta determinar a posição de Huguinho e Luisinho. Como Huguinho está na posição do meio e Zezinho está em primeiro lugar, Luisinho deve estar em último lugar.

- Luisinho: Quebra-cabeça 3

Isso significa que Huguinho está na posição do meio e resta apenas um quebra-cabeça disponível.

- Huguinho: Quebra-cabeça 2

Agora temos a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu:

Zezinho - Quebra-cabeça 1, Huguinho - Quebra-cabeça 2 e Luisinho - Quebra-cabeça 3. Essa é a solução do problema, com Zezinho terminando em primeiro lugar, Huguinho em segundo lugar e Luisinho em terceiro lugar, cada um resolvendo um quebra-cabeça diferente.

Comentários

Observe, que uma possível solução apresentada, para o Problema 5, demonstrou como o Raciocínio Lógico foi aplicado para determinar a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu. Esse exemplo ilustra como a estratégia de Raciocínio Lógico pode ser utilizada para abordar problemas de lógica, levando em consideração as relações no enunciado. Sendo assim, é importante ressaltar que existem diferentes formas de resolver problemas, e outras estratégias também podem ser aplicadas, dependendo do contexto e das características do problema em questão. O Raciocínio Lógico é apenas uma das estratégias possíveis e pode ser combinado com outras estratégias para obter uma solução eficiente e precisa.

Sexto Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 6, a seguir:

Problema 6

"Na Rua das Cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura." (OBMEP, 2018, p. 4)

Figura 2 - Imagem que representa o problema 6

Fonte: OBMEP 2018

• As casas vermelha e verde são vizinhas.

• As casas amarela e azul também são vizinhas.

• A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.

• A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é crucial proporcionar ao estudante a oportunidade de tentar resolver o problema sem a intervenção do professor. O professor deve desempenhar o papel de observador, limitando-se a analisar o comportamento do estudante e incentivando-o a se dedicar à resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: A casa rosa não pode estar em uma das duas pontas da rua pois ela possui duas vizinhas e as casas dos extremos (1 e 5) só possuem uma casa vizinha. A casa rosa também não pode ser a casa 2 pois, já que as casas azul e verde são suas vizinhas, então: Se a casa 1 for azul, a casa amarela não poderia ser vizinha da azul, o que contraria o enunciado. Se a casa 1 for verde, a casa vermelha não poderia ser vizinha da casa verde, o que também contraria o enunciado. A mesma maneira de pensar nos mostra que a casa rosa também não pode ocupar a casa de número 4. Logo, a casa rosa é a central, a de número 3. Como as casas azul e verde são vizinhas da rosa, há duas possibilidades para o ordenamento das casas:

1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha ou

1 – vermelha, 2 – verde, 3 – rosa, 4 – azul, 5 – amarela

Como a casa 5 não pode ser a amarela, as casas estão dispostas na seguinte ordem:

1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha e, portanto, a casa de número 4 tem cor verde.

Figura 3 - Ordenamento das casas

Fonte: OBMEP 2018

Comentários

Ao tentarem resolver o problema 6, os estudantes terão a oportunidade de aplicar o raciocínio lógico, buscando identificar padrões, relações e lógica subjacentes aos elementos do problema. A Professora-Pesquisadora estará atenta para observar se os estudantes utilizam o raciocínio lógico, se conseguem identificar padrões relevantes, se fazem suposições e testam suas hipóteses, e como se envolvem no processo de resolução do problema. Com base nessas observações, a Professora-Pesquisadora poderá coletar evidências sobre a apropriação dos estudantes em relação à estratégia de raciocínio lógico. Isso inclui verificar se os estudantes utilizam o raciocínio lógico de maneira apropriada, se conseguem identificar e aplicar padrões relevantes para a resolução do problema, se são capazes de generalizar as ideias aprendidas e se demonstram compreensão do processo de resolução de problemas baseado em raciocínio lógico. Essa avaliação permitirá à Professora-Pesquisadora analisar o progresso dos estudantes em relação à estratégia de raciocínio lógico, identificar possíveis desafios e planejar intervenções pedagógicas adequadas para apoiar o desenvolvimento das habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas dos estudantes.

Sétimo Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 7, a seguir:

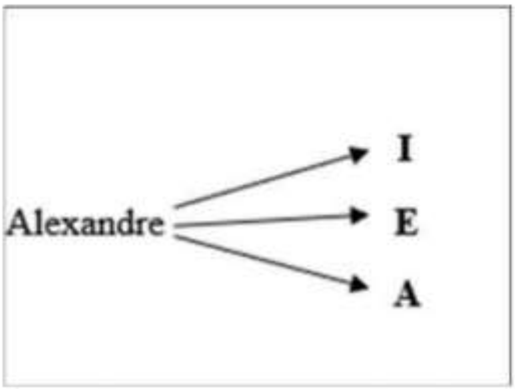
Problema 7

Alexandre é um grande executivo. Para melhorar ainda mais suas chances no mercado, ele vai fazer um curso em que terá de escolher dois idiomas para estudar. Um deles deve ser escolhido entre inglês, espanhol e alemão. Já o outro deverá ser escolhido entre mandarim e hindi. De quantas maneiras diferentes Alexandre pode fazer sua escolha? (ÁTILA A. D. AZEVEDO; DAVIS ALVES; ELIZIÊ MONTEIRO, 2023, p. 5)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Neste ponto, é essencial permitir que o aluno tente resolver o problema sem intervenção direta do professor. O professor deve atuar como observador, acompanhando o progresso do aluno e incentivando-o a se empenhar na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Para resolver esse problema, podemos utilizar a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual representando o problema 7 por um diagrama de árvore como o descrito a seguir. Para a primeira escolha, Alexandre tem 3 opções: inglês (I), espanhol (E) ou alemão (A).

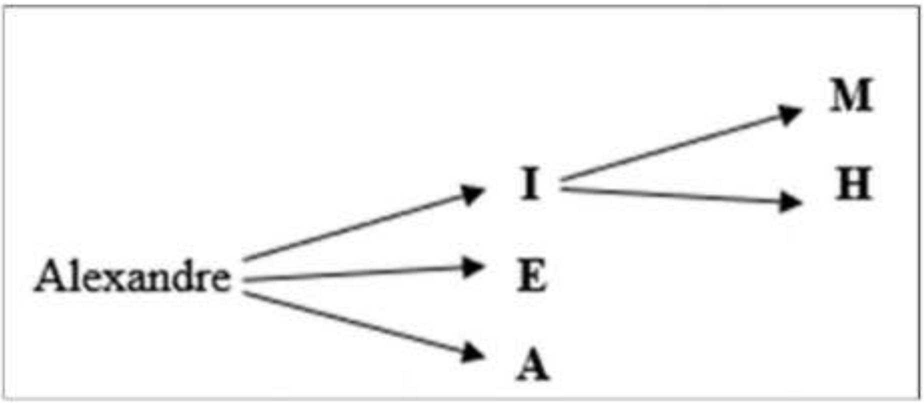
Figura 4: Primeira combinação de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Caso tenha escolhido inglês como primeira opção, sua segunda escolha pode ser mandarim (M) ou hindi (H).

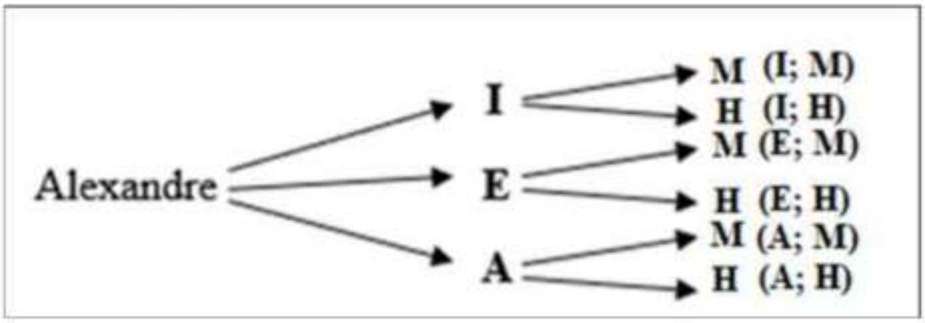
Figura 5 - Outras combinações de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Se a primeira escolha for espanhol ou alemão, teremos um raciocínio análogo. Então:

Figura 6: Todas as possibilidades de escolha de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Logo, Alexandre terá 6 opções de escolha. Outro modo de resolver esse problema é observarmos que, para cada escolha feita por Alexandre como primeira opção, ele poderá fazer duas escolhas para a segunda opção. O total de modos de escolher os idiomas será, então, $2 + 2 + 2$ ou $3 \cdot 2 = 6$ modos, uma vez que ele tem 3 opções para fazer a primeira escolha e duas opções para fazer a segunda.

Comentários

Durante a resolução do problema 7, a Professora-Pesquisadora observará atentamente a forma como os estudantes utilizam a estratégia de desenho ou representação visual. Serão observados aspectos como a clareza e precisão das representações, a capacidade dos estudantes de extrair informações relevantes das visualizações, e como essas representações contribuem para a compreensão e solução do problema. A partir dessas observações, a Professora-Pesquisadora irá coletar evidências sobre a apropriação dos estudantes em relação à estratégia de desenho ou representação visual. Será verificado se os estudantes conseguem utilizar essa estratégia de forma eficaz, se são capazes de traduzir informações matemáticas em representações visuais adequadas, e se demonstram compreensão dos benefícios dessa abordagem para a resolução de problemas. Observe que o uso de desenhos ou representações visuais é uma estratégia eficaz para muitos estudantes na resolução de problemas, pois facilita a compreensão das informações, a visualização de padrões e a contagem de possibilidades. Essa estratégia também pode ajudar a desenvolver habilidades de visualização e raciocínio espacial, além de tornar o processo de resolução mais envolvente e intuitivo para alguns estudantes.

Oitavo Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema:

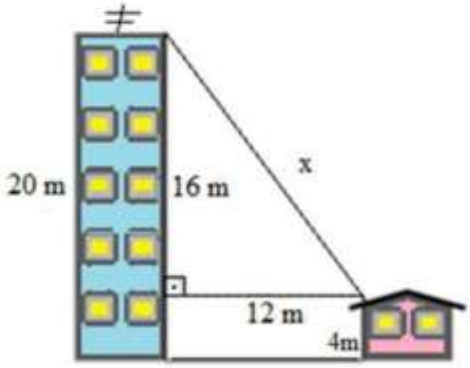
Problema 8

Joãozinho estava empinando pipa quando sua linha ficou presa no topo de um prédio de 20 m de altura e no telhado de uma casa ao lado, a 4 m de altura. Considerando que o terreno é horizontal e sabendo que a distância entre a casa e o prédio é de 12 metros, **DETERMINE** o comprimento da linha da pipa de Joãozinho. (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 93)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta etapa, é fundamental permitir que o estudante tente resolver o problema sem a intervenção direta do professor. O professor deve atuar apenas como observador, observando o comportamento do estudante e motivando-o a se empenhar na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Podemos desenhar um retângulo para representar o prédio de 20 metros de altura e um retângulo menor para representar a casa de 4 metros de altura. Em seguida, desenhamos uma linha que representa a linha da pipa ligando o topo do prédio ao telhado da casa, com uma inclinação. Em nosso desenho, marcamos a distância de 12 metros entre a casa e o prédio. Agora, podemos identificar que o comprimento da linha da pipa é igual à hipotenusa de um triângulo retângulo formado pelas alturas do prédio e da casa, juntamente com a distância horizontal entre eles.

Figura 7: Representação por desenho do problema 8



Fonte: Elaborado pela autora

Podemos considerar x o comprimento da linha da pipa de Joãozinho. A fórmula do Teorema de Pitágoras é: onde c é a hipotenusa e a e b são os catetos. No nosso caso, a distância entre o prédio e a casa é o cateto a (12 metros) e a linha da pipa é a hipotenusa (comprimento que queremos descobrir). O cateto b é a diferença de altura entre o prédio e a casa (20 metros - 4 metros = 16 metros). Logo, em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa, ou seja,

$$x^2 = 12^2 + 16^2$$
$$x^2 = 144 + 256$$
$$x^2 = 400$$
$$x = \sqrt{400}$$
$$x = 20\ m.$$

A altura do prédio é maior que a altura da casa e a distância entre eles é de 12 metros, o que indica que a linha da pipa precisa ter um comprimento maior que essas medidas. Assim, a resposta de 20 metros é coerente com o problema apresentado. Portanto, o comprimento da linha da pipa de Joãozinho é de 20 metros.

Comentários

A estratégia de representação visual ou desenho é uma abordagem poderosa para resolver problemas, como mostrado. Ao utilizar essa estratégia, os estudantes podem criar um diagrama ou desenho que representa a situação do problema de forma visualmente clara. No caso desse problema, desenhar o prédio, a casa e a linha da pipa permite aos estudantes visualizar as medidas envolvidas e as relações entre elas. O uso de formas geométricas e linhas ajuda a ilustrar o triângulo formado pela linha da pipa, a altura do prédio e a distância horizontal entre a casa e o prédio. Com a proposta do desenho, os estudantes podem identificar facilmente que o comprimento da linha da pipa é a hipotenusa do triângulo retângulo formado. O uso da estratégia de representação visual ou desenho nesse problema não apenas ajuda os estudantes a visualizar a situação de maneira mais concreta, mas também estimula o pensamento espacial e o raciocínio visual. Permite que os estudantes explorem o problema de forma mais engajada e intuitiva, facilitando a compreensão e a resolução do desafio proposto. Em resumo, o uso da estratégia de representação visual ou desenho nesse problema proporciona uma abordagem visualmente estimulante e envolvente para resolver o desafio, permitindo que os estudantes explorem o problema de maneira mais concreta e desenvolvam habilidades cognitivas importantes.

Nono Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema:

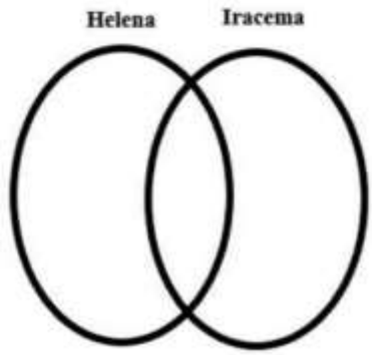
Problema 9

Um professor de Língua portuguesa sugeriu em uma sala de aula a leitura dos livros Helena, de Machado de Assis, e Iracema, de José de Alencar. Vinte alunos leram Helena, 15 leram só Iracema. 10 leram os dois livros e 15 não leram nenhum deles. Qual é o número de alunos nessa sala? (DANTE, 2016, p. 32)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta etapa, é importante permitir que o estudante tente resolver o problema sem a interferência do professor. O papel do professor deve ser apenas observar o comportamento do estudante e incentivá-lo a trabalhar na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Com base nas informações contidas no texto, é possível determinar a existência de dois conjuntos: o conjunto dos livros "Helena" de Machado de Assis e o conjunto dos livros "Iracema" de José de Alencar. Para a resolução desse problema, será utilizado o diagrama de Venn para ilustrar as operações de união, interseção e diferença entre conjuntos. Dados dois conjuntos: Helena e Iracema como mostra a seguir:

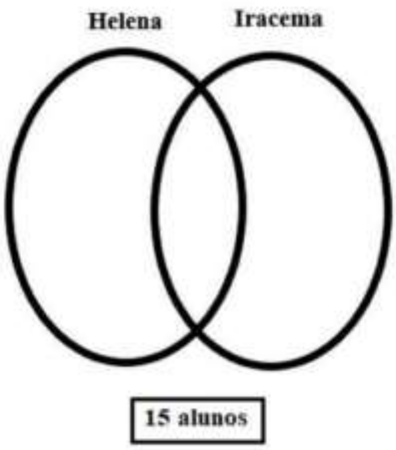
Figura 8 - Representação visual dos conjuntos Helena e Iracema pelo diagrama de Venn



Fonte: Elaborado pela autora

Realizando a distribuição dos valores, seguiremos com a seguinte disposição: primeiramente, vamos considerar a informação de que "15 alunos não leram nenhum dos dois livros". Esse valor será representado fora dos dois conjuntos, indicando que esses 15 alunos não pertencem a nenhum dos conjuntos, como mostrado a seguir:

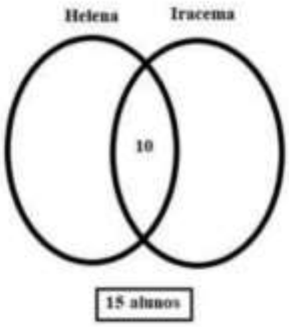
Figura 9: Representação dos alunos que não pertencem a nenhum dos conjuntos



Fonte: Elaborado pela autora

Em seguida, o texto menciona que "10 alunos leram os dois livros", o que indica a existência de uma interseção entre os dois conjuntos, pois há alunos que leram tanto o livro Helena quanto o livro Iracema. Isso pode ser ilustrado da seguinte forma:

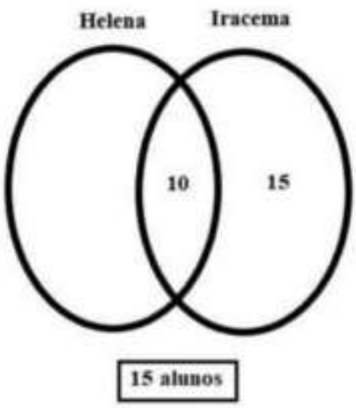
Figura 10: Representação da interseção dos conjuntos Helena e Iracema



Fonte: Elaborado pela autora

Posteriormente, foi mencionado que 15 alunos leram apenas o livro Iracema, ou seja, eles não pertencem ao conjunto dos alunos que leram o livro Helena. Podemos representar essa informação da seguinte maneira:

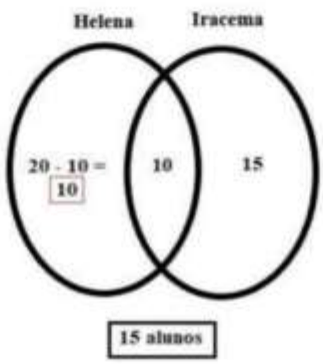
Figura 11: Representação dos alunos que pertencem apenas ao conjunto de Iracema



Fonte: Elaborado pela autora

Diante disso, a última informação fornecida pelo texto foi que "20 alunos leram Helena". Embora não tenha sido especificado se esses alunos leram apenas Helena ou também leram Iracema, podemos considerar que esses 20 alunos pertencem ao conjunto dos leitores de Helena. Assim, podemos representar essa informação da seguinte maneira:

Figura 12: Representação dos alunos que leram somente o livro Helena



Fonte: Elaborado pela autora

Dessa forma, o número total de alunos na sala de aula é a soma dos elementos de todos os conjuntos, juntamente com os 15 alunos que não pertencem a nenhum dos conjuntos mencionados. Sendo assim, a soma que resultará no número total de alunos é: 10 + 10 + 15 + 15 = 50. Portanto, conclui-se que o número de alunos na sala é de 50.

Comentários

A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 9 pode ser resolvido com a estratégia de desenho ou representação visual, ou pelo menos, que essa estratégia pode ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. A princípio, não se espera que os estudantes resolvam da maneira proposta, ou que achem uma solução, porém espera-se que eles percebam a utilidade da representação visual ao lidar com outras situações existentes no conteúdo trabalhado.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Produto Educacional foi concebido com o objetivo de oferecer uma abordagem inovadora para o ensino de Matemática, centrada na resolução de problemas. Buscamos proporcionar aos professores uma ferramenta que não apenas promova o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes, mas também estimule o pensamento crítico e a resolução autônoma de desafios. Ao criar essa Sequência Didática, nosso objetivo principal é fornecer aos educadores uma estrutura flexível e adaptável, capaz de ser integrada de forma eficaz em diferentes contextos escolares. Desejamos inspirar professores a incorporar essa abordagem em suas práticas pedagógicas, reconhecendo a resolução de problemas como um catalisador para a construção do conhecimento matemático de forma significativa. Acreditamos que, ao centrar-se na resolução de problemas, os educadores poderão promover um ambiente de aprendizado mais dinâmico e significativo para os alunos.

Além disso, temos a expectativa de motivar os professores a adotarem propostas similares para a elaboração de ferramentas pedagógicas, reconhecendo que a resolução de problemas não apenas desafia os estudantes, mas também contribui para o desenvolvimento de habilidades. Acreditamos que esta abordagem pode inspirar inovações no processo de ensino-aprendizagem.

Ao considerar a flexibilidade da Sequência Didática apresentada, acreditamos que ela pode ser adaptada ou reformulada para atender às diversas necessidades que surgem frequentemente dentro da realidade de cada turma e de cada escola. Dessa forma, proporcionamos uma base sólida para personalização e contextualização, tornando o ensino mais alinhado às particularidades de cada ambiente educacional. Por fim, ressaltamos que esta Sequência Didática é uma proposta inicial, destinada a servir como fonte de inspiração para outros educadores e pesquisadores comprometidos com a constante busca por melhorias no campo da Educação Matemática. Ao compartilhar experiências e insights, esperamos contribuir para o aprimoramento contínuo do ensino de Matemática e promover um ambiente educacional mais enriquecedor para todos os envolvidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, D.; MONTEIRO, E.; MELO, J. A. DE. **Coleção Ensino Fundamental 9° Ano**. Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2022. v. 4

AZEVEDO, Á. A. D.; ALVES, D.; MONTEIRO, E. **Bernoulli Matemática 8 º Ano**. [s.l.] Bernoulli Sistema de Ensino, 2023. v. 3

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: Teoria e prática. 1. ed. São Paulo: ática, 2009

DANTE, L. R. **Matemática Contexto e Aplicações**. 3. ed. [s.l.] Ática, 2016. v. 3

MASSUCATO, Muriele E MAYRINK, Eduarda Diniz. **Nova Escola Gestão, 2015:** Qual a diferença entre problema e exercício? (gestaoescolar.org.br) Disponível em: https://gestaoescolar.org.br/conteudo/1504/qual-a-diferenca-entre-problema-e-exercicio. Acesso em: 28 de out. de 2021.

OBMEP. **Olimpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. , 2018. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1Pq5kKyXBkZq-XvQdVeeFaeyIw_KuIbHh/view> Acessado em: Abril de 2023.

POSAMENTIER, A. S.; KRULIK, S. **Problem-solving strategies in mathematics**. Singapura: World Scientific, 2015.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. year book. Reston-VA: NCTM-National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

STANCAELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para entender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2011, p.103-116.

ZABALA, A. **A Prática Educativa**: Como educar. Porto Alegre, 1998

ANEXOS

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

MESTRANDA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA A E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ/GO.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Prezados(a), você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada "**Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental**". Meu nome é **Camilla Xavier Sousa**, sou a pesquisadora responsável por esta pesquisa e minha área de atuação é professora de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, ao final da leitura deste documento, assine-o e o entregue a pesquisadora responsável (serão duas vias, uma cópia ficará com você).

Esclarecemos que, caso você se recuse a participar desta pesquisa, você não será penalizado(a) de forma alguma. Mas, aceitando a participar, suas dúvidas sobre a pesquisa poderão ser esclarecidas pela pesquisadora responsável, via E-mail: camilla.ssxavier@gmail.com e, inclusive, sob forma de ligação e mensagens via WhatsApp, através do contato telefônico: ***(61) 99661 1272***. Ao persistirem as dúvidas sobre os seus direitos como participante desta pesquisa, você também poderá fazer contato com o Comitê de Ética em Pesquisa do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás/IFG, pelos telefones (62) 3612-2239, (62) 3237-1821 ou E-mail: cep@ifg.edu.br.

1 - INFORMAÇÕES IMPORTANTES SOBRE A PESQUISA

Primeiramente, evidenciamos neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, são apresentadas informações referentes à proposta de pesquisa, tais como: O título da Pesquisa; informações a respeito da Justificativa e Objetivos; Procedimentos Metodológicos a serem utilizados no seu desenvolvimento; Estratégias de divulgação dos resultados; As especificações quantos os riscos/desconfortos e benefícios da participação na pesquisa; Informações sobre as formas de ressarcimento de eventuais despesas decorrentes da cooperação com a pesquisa; Informações referentes à garantia de sigilo, liberdade de participação, caso o participante se sinta prejudicado.

1.1 - Título, Justificativa e Objetivos

A pesquisa proposta possui título "**Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental**", sendo desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí.

Se justifica essa proposta de pesquisa, ao considerarmos sua relevância pela necessária reflexão que os estudantes possam refletir sobre os processos de construção de estratégias para se resolver problemas, bem como na revisão da solução e autonomia para que tenham liberdade em tomar decisões. Além disso, esperamos que esse processo de investigação possa servir de base para o desenvolvimento de novas pesquisas, inclusive àquelas voltadas às perspectivas do processo de aprendizagem em sala de aula, em específico quando se refere à resolução de problemas matemáticos.

A pesquisa objetiva desenvolver a capacidade dos estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental para resolver problemas de Matemática. Tendo como objetivos específicos: a) Fazer um levantamento das principais estratégias para resolver problemas de matemática, apontadas por especialistas nessa área. b) Entender como os estudantes encaram o processo de resolução de problemas de matemática: suas atitudes, anseios e dificuldades. c) Fazer emergir, nos estudantes, heurísticas de Resolução de Problemas de Matemática. d) Avaliar a aprendizagem dos estudantes no processo de Resolução de Problemas, antes e depois da intervenção da Professora-Pesquisadora, feita por meio de um trabalho sobre o uso adequado de Estratégias de Resolução de Problemas.

Essa proposta de pesquisa, acompanhará o desenvolvimento de 27 (vinte e sete) estudantes quanto ao seu processo de resolução de problemas de Matemática. O Ensino Fundamental é o campo de atuação profissional da pesquisadora deste estudo, que parte inicialmente da seguinte questão problemática: A dificuldade que os estudantes de Educação Básica têm em resolver problemas de Matemática está interligada a falta de conhecimentos de métodos, técnicas e processos de Resolução de Problemas?

Assim, saliento que a minha condição enquanto estudante do mestrado profissional junto ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí, tenha me motivado ainda mais a ampliar meu aprendizado e propiciou escolher uma escola da rede privada, em Formosa-GO para realizar a pesquisa.

Acredito que, ao abordar reflexões sobre as perspectivas das resoluções de situações problemas, relacionadas ao cotidiano dos estudantes, promovem um posicionamento mais crítico e reflexivo da realidade vivida por cada estudante.

1.2 - Procedimentos Utilizados da Pesquisa ou Descrição Detalhada dos Métodos

Os procedimentos utilizados nesta pesquisa, são enfatizados desde o aprofundamento teórico sobre Resolução de Problemas será amparado por estudiosos como Posamentier e Krulik (2015), Stancanelli (2001), Engel (1998), entre outros que considerarmos necessários ao longo da pesquisa.

A proposta surge a partir do método de pesquisa qualitativa, baseados em Yin (2010) no qual se fará Análise de Conteúdo, bem como outros que darão sustentação à esta pesquisa como: (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014); (BARDIN, 2011); (DANTE, 2009); (FERREIRA, et al, 2018); (HOUAISS; VILLAR, 2009); (KAUARK; MANHÃES; MEDEIROS, 2010); (MASSUCATI; MAYRINK, 2015); (MORAIS; ONUCHIC, 2014); (ROJO, 2010); (SCHROEDER; LESTER, 1989).

Nesta proposta metodológica, pensamos em uma amostra composta por 27 (vinte e sete) estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental, em uma escola situada em Formosa-GO, selecionada por compor uma série que respectivamente apresenta o nível de desenvolvimento compatível com o objetivo desta pesquisa.

Primeiramente será realizado uma reunião com a diretora da escola com o intuito de organizar o material didático a ser aplicado a partir de um plano de ensino, como segue:
I) Aplicar e ter o *feedback* dos envolvidos quanto ao Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE);
II) Aplicar o plano de ensino, a partir dos problemas de Matemática selecionados anteriormente com a inclusão de novos problemas caso seja necessário - nessa etapa os estudantes poderão efetuar as resoluções dos problemas de maneira livre;
III) Orientações metodológicas de estratégias que auxiliem os estudantes a resolverem os problemas seguindo critérios de resoluções - nessa etapa o estudante poderá se apropriar de conceitos e técnicas que serão envolvidos nesse processo;
IV) Aplicação de novos problemas matemáticos - socialização que será realizada pelos estudantes a partir da apropriação dos conceitos e técnicas;

V) Fazer uma coleta de dados para compor o nosso *corpus* de pesquisa (gravações, materiais desenvolvidos pelos estudantes e um diário de campo);

VI) Elaborar uma sequência didática;

VII) Apresentação dos resultados investigados através da dissertação.

Dessa forma acreditamos concluir todas as etapas em tempo hábil e com essa investigação, esperamos que a produção do produto educacional, possa auxiliar professores em suas práticas de ensino considerando o desenvolvimento cognitivo e habilidades dos estudantes ao resolver problemas de matemática. Além disso, esperamos que esta pesquisa possa servir de base para o desenvolvimento de novos estudos, inclusive àqueles voltados à sala de aula.

1.3 - Especificação de Riscos/Desconfortos e Benefícios Sociais e Acadêmicos Decorrentes da Participação na Pesquisa

Espera-se garantir na abordagem dos estudantes participantes, que todas as informações que constam nesse TCLE, sejam lidas e esclarecidas de modo que caso haja desconforto emocional ou possíveis riscos psicossociais, os referidos participantes terão a garantia de expressar sua liberdade em poder se recusar a participar dessa pesquisa ou mesmo retirar o seu consentimento, em qualquer fase da mesma, sem penalização alguma. Pois, caso alguma situação lhe cause desconforto emocional e/ou constrangimento (como por exemplos: serem observados durante a realização das atividades; seja através da realização de gravações de áudios/vídeos em rodas de conversas e captações de imagens - fotografias). Todas as medidas necessárias que possam garantir a liberdade dos estudantes participantes serão tomadas pela pesquisadora responsável por essa pesquisa em tempo hábil.

Acredita-se que esta pesquisa propicia benefícios, pois ela trará contribuições para o processo de formação inicial e continuada de professores de Matemática. Pretende-se, produzir um Produto Educacional e uma sequência didática que possam futuramente auxiliar professores no desenvolvimento de habilidades dos estudantes para resolver problemas de Matemática.

A pesquisa será de grande importância, pois ela é capaz de proporcionar componentes norteadores que servirão para reflexões posteriores no contexto acadêmico e científico, propiciando, aos envolvidos no processo de formação inicial e continuada de professores de Matemática, oportunidades formativas na linha de Resolução de Problemas de Matemática, numa perspectiva voltada ao desenvolvimento de habilidades dos estudantes.

1.4 - Informação Sobre as Formas de Ressarcimento das Despesas Decorrentes da Cooperação com a Pesquisa Realizada

A garantia de ressarcimento é um direito de todo participante em uma pesquisa, conforme registrado na Resolução 510/CNS. Nesta pesquisa por exemplo, em seu planejamento não há previsão de gastos aos participantes, pois todas as despesas serão custeadas pela pesquisadora responsável. Mesmo assim, nenhum participante será impedido de efetuar gastos que contribuam com a pesquisa, sendo-lhe assegurado o direito de ser ressarcido posteriormente conforme o Art. 9, que prevê que: "São direitos dos participantes: VII - o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa".

Portanto, nesta pesquisa a pesquisadora ressarcirá todas as despesas que surgirem ao longo da pesquisa mediante a cooperação dos participantes. Como por exemplo: alimentação dos participantes, xerox de algum material escolar, passagem de transporte coletivo, compra de materiais escolares e até mesmo ligações via celular serão feitas a cobrar à pesquisadora, dentre outras despesas. Vale abordar ainda que, o ressarcimento em uma pesquisa refere-se ao reembolso de gastos que poderão surgir sendo pontuais ou não, mas que sejam relacionados às condições necessárias para que a participante não tenha nenhum gasto financeiro.

1.4.1 - Garantia de Acompanhamento e Assistência

Os termos TALE/TCLE devem prever a garantia de acompanhamento e assistência aos participantes durante toda realização da pesquisa, conforme a Resolução 510/CNS, mediante o que ressalta o Art. 17 e Art. 19.

Nesta Resolução o Art. 17 enfatiza que nos registros dos termos (TALE/TCLE) deve-se esclarecer aos participantes informações pertinentes, tais como: o registro do inciso "V - informação sobre a forma de acompanhamento e a assistência a que terão direito os participantes da pesquisa, inclusive considerando benefícios, quando houver" (Art. 17 da Res. 510/CNS).

No Art. 19 é fundamental que no decorrer da pesquisa, "O pesquisador deve estar sempre atento aos riscos que a pesquisa possa acarretar aos participantes em decorrência dos seus procedimentos, devendo para tanto serem adotadas medidas de precaução e proteção, a fim de evitar danos ou atenuar seus efeitos" (Art. 19 da Res. 510/CNS). Deve-se considerar ainda os registros dos parágrafos 1° e 2° desse artigo que:

§ 1° Quando o pesquisador perceber qualquer possibilidade de dano ao participante, decorrente da participação na pesquisa, deverá discutir com os participantes as providências cabíveis, que podem incluir o encerramento da pesquisa e informar o sistema CEP/CONEP.

§ 2° O participante da pesquisa que vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa, previsto ou não no Registro de Consentimento Livre e Esclarecido, tem direito a assistência e a buscar indenização.

Mediante as orientações da Resolução 510/CNS a pesquisadora atenderá todos os requisitos de modo que o participante tenha assistência gratuita, integral e imediata no decorrer da pesquisa, conforme a execução do cronograma.

1.5 - Garantia do Sigilo que assegure a Privacidade e o Anonimato dos/as Participante/s

Para se garantir ao sigilo a liberdade de participação, a integridade do participante durante a pesquisa, a pesquisadora responsável tomará medidas necessárias. Para que não haja nenhum meio de identificação, garantindo a privacidade, sigilo e confidencialidade dos dados coletados, de maneira que esses dados serão manipulados unicamente pela pesquisadora responsável pela pesquisa. Salientamos que toda e qualquer informação a ser discriminada nos resultados desta pesquisa, serão divulgados de modo descaracterizado para que não haja identificação do participante.

1.6 - Garantia Expressa de Liberdade de Participação

O participante desta pesquisa terá garantia da expressão de liberdade de poder se recusar a participar ou retirar o seu consentimento, em qualquer fase desta pesquisa, sem penalização alguma. Todas medidas necessárias que garantam a liberdade de participação serão tomadas pela pesquisadora responsável

1.7 - Garantia Expressa de Liberdade do/a Participante em Procedimentos Específicos da Pesquisa

Para que seja garantida a liberdade do participante, ele poderá se recusar a responder as questões e a participar da pesquisa, caso alguma situação lhe cause desconforto emocional e/ou constrangimento (como por exemplos, serem observados durante a realização das atividades, por meio de gravações de áudios em rodas de conversas e captação de imagens (fotografias) na realização da pesquisa.

1. 8 - Declaração aos Participantes dos Resultados da Pesquisa

Objetivamos que os resultados desse estudo possam ser publicizados independentemente de os resultados serem satisfatórios ou não quanto à sua relação com os objetivos pensados nesta pesquisa. Pois, sabemos que nem sempre as pesquisas apresentam os resultados almejados.

1.9 - Apresentação das Estratégias de Divulgação dos Resultados

Os resultados dessa pesquisa serão divulgados através da publicação da Dissertação e um Produto Educacional (que será a produção de uma Sequência Didática), junto ao IFG. Vale abordar ainda que a pesquisadora retornara ao colégio para divulgar os resultados dessa pesquisa, sendo eles favoráveis ou não. Objetiva-se também publicar estes resultados no formato de um artigo científico em periódicos.

1.10 - Garantia de Pleitear Indenização

Cada participante poderá ter o direito de pleitear indenização (reparação a danos imediatos ou futuros), caso se sinta prejudicado no sentido de não ter sido respeitado o estabelecido neste termo, que são garantidas em lei, mediante a Resolução CNS nº 510 de 2016 (Arts. 6º ao 11º) e a Resolução 466/2012.

MESTRANDA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA A E TECNOLOGIA DE GOIÁS CÂMPUS JATAÍ/GO.

2. DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO SUJEITO DA PESQUISA

Eu, ..., inscrito(a) sob o RG nº .... CPF n.º .... de n.º de matrícula ...., abaixo assinado, concordo em participar do estudo intitulado "**Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental**". Informo ter mais de 18 anos de idade e destaco que minha participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui, ainda, devidamente informado(a) e esclarecido(a) pela pesquisadora responsável **Camilla Xavier Sousa,** sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Me foi garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito. Informo que meu endereço de E-mail é: ...., para que caso a pesquisadora responsável precise me enviar alguma informação extra ela o tenha. E como este termo terá duas vias - uma cópia impressa deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE ficará comigo.

( ) Permito a divulgação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa;
( ) Não permito a publicação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa.

Formosa-GO, _____ de __________ de ______.

____
Assinatura por extenso do(a) participante

____
Camilla Xavier Sousa - Pesquisadora Responsável

Testemunhas em caso de uso da assinatura datiloscópica

1. ______________________________________

2. ______________________________________

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí. Rua Maria Vieira Cunha, nº. 775, Residencial Flamboyant, Jataí – GO, CEP: 75.804-714. Telefone: (64) 3605-0800.

ANEXO B - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

MESTRANDA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA A E TECNOLOGIA DE GOIÁS CÂMPUS JATAÍ/GO.

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada **"Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental"**. Meu nome é **Camilla Xavier Sousa**, sou a pesquisadora responsável e minha área de atuação é a docência (Professora de Matemática do Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio). Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está impresso em duas vias, sendo que uma delas é sua e a outra pertence ao(à) pesquisador(a) responsável. Esclareço que em caso de recusa na participação você não será penalizado(a) de forma alguma. Mas se aceitar participar, as dúvidas *sobre a pesquisa* poderão ser esclarecidas pela pesquisadora responsável, pessoalmente, via e-mail camilla.xxs@gmail.com e, inclusive, sob forma de ligação a cobrar, através do seguinte contato telefônico: (61) 99661-1272. Ao persistirem as dúvidas *sobre os seus direitos* como participante desta pesquisa, você ou o seu responsável, também poderá fazer contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás/IFG, pelo telefone** (62) 3612-2239 **ou e-mail** cep@ifg.edu.br.

1. Informações Importantes sobre a Pesquisa:

1.1 Título, justificativa, objetivos.

Título: Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental.

Pesquisadores envolvidos:

Camilla Xavier Sousa - Lattes: http://lattes.cnpq.br/1968624128430161
Nilton Cezar Ferreira - Lattes: http://lattes.cnpq.br/2055261061681261

Justificativa:

A importância dessa pesquisa se faz necessária para que os estudantes possam construir estratégias para resolver problemas e revisão da solução e autonomia para que tenham liberdade em tomar decisões. Além disso, esperamos que esse processo de investigação possa servir de base para o desenvolvimento de novas pesquisas, inclusive àquelas voltadas às perspectivas do processo de aprendizagem em sala de aula, em específico quando se refere à resolução de problemas matemáticos.

Objetivos:

Objetivo geral:

Desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática.

Objetivos específicos:

1. Fazer um levantamento das principais estratégias para resolver problemas de matemática, apontadas por especialistas nessa área;

2. Entender como os estudantes encaram o processo de resolução de problemas de matemática: suas atitudes, anseios e dificuldades;

3. Fazer emergir, nos estudantes, heurísticas de Resolução de Problemas de Matemática;

4. Avaliar a aprendizagem dos estudantes no processo de Resolução de Problemas, antes e depois da intervenção do professor, feita por meio de um trabalho sobre o uso adequado de Estratégias de Resolução de Problemas.

Diante do desdobramento desses objetivos, nos embasamos teoricamente em estudiosos da área que situarão a realidade do processo de ensino e aprendizagem, por meio do arcabouço teórico (artigos, livros, teses, dissertações...), que norteará esta pesquisa. Esperamos que essas referências auxiliem este estudo apresentando pesquisas que apontem uma didática fundamentada quanto ao processo da Resolução de Problemas da Matemática.

1.2 Procedimentos utilizados da pesquisa ou descrição detalhada dos métodos.

O método de pesquisa terá embasamento na pesquisa qualitativa e intervenção pedagógica. Os passos as serem desenvolvidos serão os seguintes:

I - A princípio será submetido o projeto de pesquisa ao conselho de ética da Plataforma Brasil (PB);

II - Realizar uma reunião com a equipe pedagógica para apresentar o projeto de pesquisa;

III - Elaborar e aplicar um plano de ensino, com problemas pré selecionados;

IV - Realizar uma coleta/análise de dados após a aplicação do plano de ensino;

V - Elaborar uma sequência didática a partir do resultado da aplicação do plano de ensino;

VI - Realizar um estudo aprofundado sobre as Estratégias de Resolução de Problemas;

VII - Selecionar estratégias de resolução de problemas para que seja possível ser ensinada os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental;

VIII - Fazer a coleta de dados para compor o *corpus* da pesquisa, por meio de: gravações em áudios e vídeos; materiais desenvolvidos pelos alunos; e um diário de campo composto por uma descrição detalhada do que ocorreu durante cada aula, juntamente com uma análise, feita pelo pesquisador, sobre o aluno, o conteúdo, a metodologia e a atuação do pesquisador como professor;

IX - Elaborar a dissertação de mestrado;

X - Submeter a dissertação e o produto educacional no processo de avaliação e divulgar os resultados desta pesquisa, por meio da publicação da dissertação.

Nessa direção, acreditamos que os métodos utilizados nesta proposta atenderão aos objetivos pensados.

Observação importante: Na coleta dos dados, solicito que os participantes possam rubricar dentro do parêntese a seguir a proposição escolhida. Pois, para compor o *corpus* da pesquisa, será necessário realizar o registro através de fotos, gravações, desenvolvimento de materiais, relatos em um diário de campo, dentre outros registros que se fizerem necessários. Assim, marque uma das opções a seguir:

(   ) Permito a divulgação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa;

(   ) Não permito a publicação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa.

1.3 Especificação de possível *desconforto emocional* e/ou de possíveis *riscos psicossociais* (ex.; constrangimento, intimidação, angústia, insatisfação, irritação, mal-estar etc.), bem

como os benefícios acadêmicos e sociais decorrentes da participação do participante em sua pesquisa.

Espera-se garantir na abordagem dos estudantes participantes, de modo que as informações que constam nesse TALE, sejam lidas e esclarecidas de maneira que caso haja desconforto emocional ou possíveis riscos psicossociais, os referidos participantes terão a garantia de expressar sua liberdade em poder se recusar a participar ou mesmo retirar o seu consentimento, em qualquer fase desta pesquisa, sem penalização alguma. Pois, caso alguma situação cause desconforto emocional e/ou constrangimento (como por exemplos: serem observados durante a realização das atividades; seja através da realização de gravações de áudios/vídeos em rodas de conversas e captações de imagens - fotografias).

Todas as medidas necessárias que possam garantir a liberdade dos estudantes participantes serão tomadas pela pesquisadora responsável por essa pesquisa em tempo hábil.

Acredita-se que a pesquisa propicia benefícios, pois ela trará contribuições para o processo de formação inicial e continuada de professores de Matemática. Pretende-se, produzir um Produto Educacional e uma sequência didática que possam futuramente auxiliar professores no desenvolvimento de habilidades dos estudantes para resolver problemas de Matemática.

A pesquisa será de grande importância, pois ela é capaz de proporcionar componentes norteadores que servirão para reflexões posteriores no contexto acadêmico e científico, propiciando, aos envolvidos no processo de formação inicial e continuada de professores de Matemática, oportunidades formativas na linha de Resolução de Problemas de Matemática, numa perspectiva voltada ao desenvolvimento de habilidades dos estudantes.

1.4 Informação sobre as formas de ressarcimento das despesas decorrentes da cooperação com a pesquisa realizada.

A garantia de ressarcimento é um direito de todo participante em uma pesquisa, conforme registrado na Resolução 510/CNS. Nesta pesquisa por exemplo, em seu planejamento não há previsão de gastos aos participantes, pois todas as despesas serão custeadas pela pesquisadora responsável. Mesmo assim, nenhum participante será impedido de efetuar gastos que contribuam com a pesquisa, sendo-lhe assegurado o direito de ser ressarcido posteriormente conforme o Art. 9, que prevê que: "São direitos dos participantes: VII - o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa". Portanto, nesta pesquisa a pesquisadora ressarcirá todas as despesas que surgirem ao longo da pesquisa mediante a cooperação dos participantes. Como por exemplo: alimentação dos participantes, xerox de algum material escolar, passagem de transporte coletivo, compra de materiais escolares e até mesmo ligações via celular serão feitas a cobrar à pesquisadora, dentre outras despesas. Vale abordar ainda que, o ressarcimento em uma pesquisa refere-se ao reembolso de gastos que poderão surgir sendo pontuais ou não, mas que sejam relacionados às condições necessárias para que a participante não tenha nenhum gasto financeiro.

1.4.1 - Garantia de Acompanhamento e Assistência

Os termos TALE/TCLE devem prever a garantia de acompanhamento e assistência aos participantes durante toda realização da pesquisa, conforme a Resolução 510/CNS, mediante o que ressalta o Art. 17 e Art. 19.

Nesta Resolução o Art. 17 enfatiza que nos registros dos termos (TALE/TCLE) deve-se esclarecer aos participantes informações pertinentes, tais como: o registro do inciso "V - informação sobre a forma de acompanhamento e a assistência a que terão direito os participantes da pesquisa, inclusive considerando benefícios, quando houver" (Art. 17 da Res. 510/CNS).

No Art. 19 é fundamental que no decorrer da pesquisa, "O pesquisador deve estar sempre atento aos riscos que a pesquisa possa acarretar aos participantes em decorrência dos seus procedimentos, devendo para tanto serem adotadas medidas de precaução e proteção, a fim de evitar dano ou atenuar seus efeitos" (Art. 19 da Res. 510/CNS). Deve-se considerar ainda os registros dos parágrafos 1° e 2° desse artigo que:

§ 1° Quando o pesquisador perceber qualquer possibilidade de dano ao participante, decorrente da participação na pesquisa, deverá discutir com os participantes as providências cabíveis, que podem incluir o encerramento da pesquisa e informar o sistema CEP/CONEP.

§ 2° O participante da pesquisa que vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa, previsto ou não no Registro de Consentimento Livre e Esclarecido, tem direito a assistência e a buscar indenização.

Mediante as orientações da Resolução 510/CNS a pesquisadora atenderá todos os requisitos de modo que o participante tenha assistência gratuita, integral e imediata no decorrer da pesquisa, conforme a execução do cronograma.

1.5 Garantia do sigilo que assegure a privacidade e o anonimato dos/as participantes.

Observação importante: Nesta pesquisa não haverá identificação do participante. Para se garantir ao sigilo a liberdade de participação, a integridade do participante durante a pesquisa, a pesquisadora responsável tomará medidas necessárias. Para que não haja nenhum meio de identificação, garantindo a privacidade, sigilo e confidencialidade dos dados coletados, de maneira que esses dados serão manipulados unicamente pela pesquisadora responsável pela pesquisa. Salientamos que toda e qualquer informação a ser discriminada nos resultados desta pesquisa, serão divulgados de modo descaracterizado para que não haja identificação do participante.

Logo, solicita-se que o participante rubrique dentro do parêntese a seguir a proposição escolhida.

( ) Permito a minha identificação através de uso de meu nome nos resultados publicados da pesquisa;

( ) Não permito a minha identificação através de uso de meu nome nos resultados publicados da pesquisa.

1.6 Apresentação da garantia expressa de liberdade do/a participante de se recusar a participar ou retirar o seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa.

( ) Expresso minha vontade de participar dessa pesquisa;

( ) Recuso minha participação dessa pesquisa, sem penalização alguma.

1.7 Apresentação da garantia expressa de liberdade do/a participante de se recusar a responder questões que lhe causem *desconforto emocional* e/ou *constrangimento* em entrevistas e questionários que forem aplicados na pesquisa.

Observação importante: Os participantes poderão se recusar a responder as questões que não forem do seu interesse ou que lhes causem algum desconforto.

1.8 Declarar aos participantes que os resultados da pesquisa serão tornados públicos, sejam eles favoráveis ou não.

Observação importante: Os resultados dessa pesquisa serão divulgados através da publicação da Dissertação e um Produto Educacional (que será a produção de uma Sequência Didática), junto ao IFG. Vale abordar ainda que a pesquisadora retornara ao colégio para divulgar os resultados dessa pesquisa, sendo eles favoráveis ou não. Objetiva-se também publicar estes resultados no formato de um artigo científico em periódicos.

1.9 Apresentação das estratégias de divulgação dos resultados, a menos que se trate de caso de obtenção de patenteamento, neste caso, os resultados devem se tornar públicos, tão logo se encerre a etapa de patenteamento.

Observação importante: Os resultados serão divulgados na publicação da dissertação. Portanto, não haverá necessidade de patenteamento.

1.10 Informação ao/à participante sobre o direito de pleitear indenização (reparação a danos imediatos ou futuros), garantida em lei, decorrentes da sua participação na pesquisa.

Observação importante: Todos os participantes estão assegurados e garantidos em lei, o direito de serem indenizados por quaisquer danos. Conforme orientações do consentimento do TALE, quanto aos participantes, mediante a Resolução CNS nº 510 de 2016 (Arts. 6º ao 11º) e a Resolução 466/2012.

1.11 Quando a pesquisa envolver o *armazenamento em banco de dados pessoal ou institucional*, o/a pesquisador/a deverá informar ou declarar aos participantes que toda pesquisa a ser feita com os dados que foram coletados deverá ser autorizada pelo/a participante e também será submetida novamente para aprovação do CEP institucional e, quando for o caso, à CONEP. Assim, visando a execução de investigações futuras, devem ser apresentados ao/à participante as seguintes informações: a) justificativa quanto à necessidade, relevância e oportunidade para usos futuros do material que fora coletado; b) declaração de que os resultados da pesquisa serão tornados públicos, sejam eles favoráveis ou não; c) apresentação das estratégias de divulgação dos resultados, a

menos que se trate de caso de obtenção de patenteamento, neste caso, os resultados devem se tornar públicos, tão logo se encerre a etapa de patenteamento; d) um box para que os/as participantes autorizem a guarda do material coletado para uso em pesquisas futuras.

Assim, solicita-se que o/a participante rubrique dentro do parêntese a seguir com a proposição escolhida:

(   ) Declaro ciência de que os meus dados coletados podem ser relevantes em pesquisas futuras e, portanto, autorizo a guarda do material em banco de dados;

(   ) Declaro ciência de que os meus dados coletados podem ser relevantes em pesquisas futuras, mas não autorizo a guarda do material em banco de dados.

1.12 – Informações sobre aplicação e desenvolvimento da pesquisa:

A pesquisa será desenvolvida em uma escola da rede privada, em Formosa-GO, no turno matutino, com previsão do período de execução de 9 meses, envolvendo 27 estudantes do 9° Ano do Ensino Fundamental (Anos Finais), aplicando o TCLE e o TALE para consentimento dos envolvidos, utilizando como método de coleta de dados um plano de ensino, construindo uma sequência didática para se obter o Produto Educacional (e posteriormente toda essa pesquisa será publicada em formato de uma dissertação pelo IFG). Conforme descrições registradas com maior detalhamento no tópico: Procedimentos utilizados da pesquisa ou descrição detalhada dos métodos.

MESTRANDA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA A E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ/GO.

2 - CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA

Informação importante: Neste item solicitar-se-á ao participante e/ou responsável, que preencha as informações nos espaços disponíveis, bem como o registro da assinatura.

Eu, ..., inscrito(a) sob o RG/ CPF.., abaixo assinado, concordo em participar do estudo intitulado **"Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas com alunos do Ensino Fundamental"**. Informo ter menos que 18 anos de idade e destaco que minha participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pela pesquisadora responsável **Camilla Xavier Sousa**, sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito.

Formosa-GO, ... de .... de ....

____
Assinatura por extenso do(a) participante

____
Camilla Xavier Sousa - Pesquisadora Responsável

Testemunhas em caso de uso da assinatura datiloscópica

1 . ____

2 . ____

ANEXO C - PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

Problema 1

Fernanda depositou R$850,00 numa aplicação financeira a uma taxa de juros de 2% ao mês, no regime de juros simples. Após 5 meses, qual o valor do rendimento da aplicação de Fernanda? (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 4)

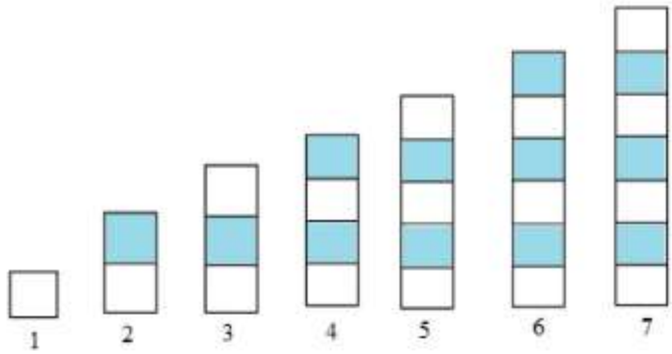
Problema 2[1]

Zezinho das Couves abriu uma caderneta de poupança no Banco Roubo Certo e depositou R$12.000,00. Considerando que a taxa da caderneta de poupança era de 2,5% a.m., com juros simples. Ao final de 7 meses, quanto Zezinho tinha no banco?

[1] Elaborado pela autora

Problema 3[2]

Considere a sequência de figuras:



Supondo que a regularidade observada na formação dessa sequência permaneça a mesma, determine o número de quadrados brancos nas figuras de número 132 e 201.

[2] Elaborado pela autora

Problema 4[3]

Três irmãos estão discutindo sobre suas idades. Suas idades somadas resultam em 27 anos. O mais velho afirma ser o dobro da idade do irmão do meio, enquanto o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um dos três irmãos?

[3] Elaborado pela autora

Problema 5[4]

Três amigos (Huguinho, Zezinho e Luisinho) estão participando de uma competição de quebra-cabeças. Cada um deles resolveu um quebra-cabeça diferente e conseguiu um tempo diferente para concluir (quebra-cabeça 1, quebra-cabeça 2 e quebra-cabeça 3).

Informação 1 - O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido.

Informação 2 - Zezinho terminou antes de Luisinho.

Descubra a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu.

[4] Elaborado pela autora

Problema 6

"Na Rua das Cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura." (OBMEP, 2018, p. 4)

• As casas vermelha e verde são vizinhas.

• As casas amarela e azul também são vizinhas.

• A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.

• A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

Problema 7
Alexandre é um grande executivo. Para melhorar ainda mais suas chances no mercado, ele vai fazer um curso em que terá de escolher dois idiomas para estudar. Um deles deve ser escolhido entre inglês, espanhol e alemão. Já o outro deverá ser escolhido entre mandarim e hindi. De quantas maneiras diferentes Alexandre pode fazer sua escolha? (AZEVEDO; ALVES; MONTEIRO, 2023, p. 5)

Problema 8

Joãozinho estava empinando pipa quando sua linha ficou presa no topo de um prédio de 20 m de altura e no telhado de uma casa ao lado, a 4 m de altura. Considerando que o terreno é horizontal e sabendo que a distância entre a casa e o prédio é de 12 metros, **DETERMINE** o comprimento da linha da pipa de Joãozinho. (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 93)

Problema 9

Um professor de Língua portuguesa sugeriu em uma sala de aula a leitura dos livros Helena, de Machado de Assis, e Iracema, de José de Alencar. Vinte alunos leram Helena, 15 leram só Iracema. 10 leram os dois livros e 15 não leram nenhum deles. Qual é o número de alunos nessa sala? (DANTE, 2016, p. 32)