SEQUÊNCIA DIDÁTICA

CAMILLA XAVIER SOUSA

NILTON CEZAR FERREIRA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA ESTUDANTES DO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

JATAÍ

2023

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[ ] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento
[x] Produto Técnico e Educacional - Tipo: Sequência Didática

Nome Completo da Autora: Camilla Xavier Sousa
Matrícula: 20211020280022
Título do Trabalho: Estratégias de Resolução de Problemas: Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Autorização - Marque uma das opções

1. (x) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. (   ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/_____ (Embargo);
3. (   ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

(   ) O documento está sujeito a registro de patente.
(   ) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
(   ) Outra justificativa: ______________________________________

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí- GO, 18/03/2024.

gov.br Documento assinado digitalmente
CAMILLA XAVIER SOUSA
Data: 18/03/2024 21:04:06-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____
Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[ ] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento
[x] Produto Técnico e Educacional - Tipo: Sequência Didática

Nome Completo do Autor: Nilton Cezar Ferreira
Matrícula: 2444038
Título do Trabalho: Estratégias de Resolução de Problemas: Uma proposta de ensino sobre Resolução de Problemas para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Autorização - Marque uma das opções

1. (x) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ( ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/_____ (Embargo);
3. ( ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

( ) O documento está sujeito a registro de patente.
( ) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
( ) Outra justificativa: ________________________________

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí- GO, 18/03/2024.

gov.br Documento assinado digitalmente
NILTON CEZAR FERREIRA
Data: 19/03/2024 11:34:01-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Goiás

Programa de Pós-Graduação em Educação pra Ciências e Matemática

CAMILLA XAVIER SOUSA

NILTON CEZAR FERREIRA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA ESTUDANTES DO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto Educacional vinculado à dissertação: **UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

JATAÍ

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Sousa, Camilla Xavier.

Estratégias de resolução de problemas: uma proposta de ensino sobre resolução de problemas para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental: Produto Educacional vinculado à dissertação Uma proposta de ensino sobre resolução de problemas com alunos do Ensino Fundamental [manuscrito] / Camilla Xavier Sousa; Nilton Cezar Ferreira. - 2023.

38 f.; il.

Produto Educacional (Mestrado) – Sequência Didática – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2023.

Bibliografias.

1. Heurísticas de Resolução de Problemas. 2. Matemática. 3. Ensino e Aprendizagem. 4. Intervenção Pedagógica. 5. Prática de Ensino. I. Ferreira, Nilton Cezar. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Téc.: Aquisição e Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Rosy Cristina Oliveira Barbosa – CRB 1/2380 – Câmpus Jataí. Cód. F024/2024-1.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

CAMILLA XAVIER SOUSA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação para Ciências e Matemática, defendido e aprovado, em 15 de dezembro de 2023, pela banca examinadora constituída por: **Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira** - Presidente da banca/Orientador - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG; **Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel** - Membro interno - Universidade Federal de Jataí – UFJ, e **Prof. Dr. Marcio Pironel** - Membro externo - Instituto Federal de São Paulo – IFSP. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê da aluna.

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira
Presidente da Banca (Orientador - IFG)

(assinado eletronicamente)
Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel
Membro interno (UFJ)

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Marcio Pironel
Membro Externo (IFSP)

Documento assinado eletronicamente por:

- **Viviane Barros Maciel, Viviane Barros Maciel - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Ufj (35840659000130)**, em 19/12/2023 14:32:26.
- **MARCIO PIRONEL, MARCIO PIRONEL - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Ifsp (10882594000165)**, em 18/12/2023 06:40:11.
- **Nilton Cezar Ferreira, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 17/12/2023 11:26:38.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 15/12/2023. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 491263
Código de Autenticação: 14edf75f00

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

Caro Professor(a),

Este material didático foi desenvolvido como parte de uma pesquisa de Mestrado em Educação para Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí. Ele consiste em uma Sequência Didática criada com base em atividades em sala de aula, com o objetivo de enriquecer o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Este recurso educacional foi projetado para apoiar professores que lecionam para alunos dos anos finais do ensino fundamental. Dentro deste texto, você encontrará propostas de atividades que incluem problemas a serem abordados em sala de aula. O objetivo desses problemas é desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática. Isso consequentemente visa tornar os estudantes bons resolvedores de problemas.

Para elaboração dessa Sequência Didática foi necessário um estudo aprofundado sobre a Resolução de Problema, mais especificamente sobre Estratégias de Resolução de Problemas de Matemática. Após a apropriação da base teórica, ou seja, do entendimento de como utilizar estratégias de Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem, com foco no desenvolvimento das habilidades dos estudantes, buscou-se, primeiramente, selecionar problemas adequados do próprio do material didático da escola-campo, aqueles que demandam alguma das estratégias de resolução. Para complementar os problemas selecionados necessitou-se de outros materiais (livros e OBMEP) e também algumas elaborações próprias.

Esse material já passou por testes em uma turma do nono ano do ensino fundamental em uma escola privada. Um plano de ensino foi elaborado, consistindo em 9 problemas que foram trabalhados ao longo de 9 encontros de cinquenta minutos cada.

Este material começa com uma introdução teórica *sobre* Resolução de Problemas, ou seja, a utilização da Resolução de Problemas no desenvolvimento de pensamento matemático. Após a apresentação da parte teórica, é feita uma proposta em 3 etapas de como esse trabalho pode ser implementado em sala de aula. O roteiro inclui:

Etapa 1: A apresentação de um problema, permitindo que os alunos tentem resolvê-lo por conta própria por um período de tempo, sem intervenção do professor.

Etapa 2: A observação do professor sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes durante e depois da tentativa de resolução, com o objetivo de identificar qual ou quais estratégias foram utilizadas em cada problema.

Etapa 3: Uma possível solução apresentando uma estratégia para cada problema.

Após a conclusão de cada atividade, são disponibilizados comentários que destacam elementos significativos observados durante a implementação da Sequência Didática. Esses comentários têm a finalidade de auxiliar os professores a compararem suas próprias aplicações com os resultados obtidos. No encerramento deste trabalho, são apresentadas reflexões destinadas a estimular a consideração da possibilidade de desenvolver novos projetos seguindo essa abordagem, com foco na aplicação prática em sala de aula.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: uma abordagem para o desenvolvimento do pensamento matemático

A resolução de problemas desempenha um papel fundamental como agente do desenvolvimento cognitivo em indivíduos de todas as idades, desde a infância até a idade adulta. Ela contribui significativamente para o desenvolvimento das habilidades cognitivas e intelectuais de uma pessoa, promovendo assim o desenvolvimento do pensamento crítico, estimulando a criatividade, fortalecendo a resiliência, aprimorando as habilidades de resolução de problemas, fomentando a autonomia e desenvolvendo a autorregulação.

Certamente, a Resolução de Problemas é uma estratégia pedagógica versátil, e sua implementação na sala de aula pode ser adaptada de acordo com os objetivos educacionais e as preferências do professor. Conforme destacado por Schroeder e Leste (1989), existem três abordagens principais para abordar a Resolução de Problemas em ambiente escolar, cada uma delas com suas características distintas.

Ensinar sobre resolução de problemas: Nessa abordagem, o foco principal é fornecer aos alunos informações sobre os processos e estratégias envolvidos na resolução de problemas. Os professores apresentam conceitos, técnicas e métodos específicos que podem ser aplicados para resolver problemas matemáticos ou de outras áreas. Os alunos aprendem as etapas a seguir, como analisar o problema, identificar dados relevantes, desenvolver planos de ação e verificar soluções. É uma abordagem mais instrutiva e expositiva, destinada a equipar os alunos com habilidades e conhecimentos específicos relacionados à resolução de problemas. Parte superior do formulário

Ensinar para resolver problemas: Nessa abordagem, o objetivo principal é desenvolver a capacidade dos alunos de resolver problemas de forma independente. Os professores criam um ambiente de aprendizado que incentiva a curiosidade, a exploração e a experimentação. Eles apresentam problemas desafiadores que requerem pensamento crítico e criativo. Os alunos são encorajados a explorar diferentes abordagens, a testar estratégias e a aprender com seus erros. Essa abordagem visa aprimorar as habilidades de resolução de problemas dos alunos, incentivando a autonomia e a autorregulação.

Ensinar através da resolução de problemas: Nessa abordagem, a resolução de problemas é usada como um veículo para ensinar conceitos e conteúdos específicos. Os alunos aprendem novos conceitos à medida que os aplicam na resolução de problemas do mundo real. Isso torna a aprendizagem mais contextual e relevante, pois os alunos veem imediatamente como os conceitos se aplicam na prática. Essa abordagem promove a construção ativa do conhecimento, à medida que os alunos exploram e descobrem conceitos enquanto resolvem problemas.

A escolha entre essas abordagens depende dos objetivos de aprendizado e das características dos alunos. Muitas vezes, uma combinação das três abordagens pode ser eficaz para promover uma compreensão profunda dos conceitos, ao mesmo tempo em que desenvolve as habilidades de resolução de problemas e a autonomia dos alunos. O importante é adaptar a abordagem ao contexto específico da sala de aula e às necessidades dos alunos.

Nesse contexto, a abordagem a ser cuidadosamente explorada e investigada nesta pesquisa é o **ensino sobre Resolução de Problemas**. Reconhecendo sua versatilidade e impacto no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, esta pesquisa se dedicará a analisar de forma aprofundada como essa estratégia pode ser implementada de maneira eficaz em ambientes educacionais, considerando as três abordagens identificadas por Schroeder e Leste (1989). O objetivo é contribuir para uma compreensão mais completa de como a Resolução de Problemas pode ser aplicada de forma aprimorada na sala de aula, promovendo um ambiente de aprendizado enriquecedor e o desenvolvimento de habilidades fundamentais nos alunos.

2.1 Tipos de problemas

A diferenciação entre exercício e problema é crucial para o desenvolvimento efetivo do ensino de Matemática. Enquanto os exercícios frequentemente se baseiam na aplicação repetitiva de métodos previamente ensinados, os problemas envolvem a capacidade de reflexão, tomada de decisões e a ausência de conhecimento prévio dos algoritmos necessários para a resolução. A compreensão dessa distinção é destacada como essencial para orientar as ações pedagógicas na sala de aula. Para Massucato (2015) um problema demanda a criação de estratégias, execução cuidadosa dos planos delineados e revisão crítica da solução, ressalta-se a importância do professor em incentivar os alunos a enfrentarem desafios contextualizados, promovendo assim a formação de estudantes aptos a abordar problemas de maneira sistemática e consistente.

Preparar um problema matemático eficaz demanda que o professor possua conhecimento abrangente sobre os diversos tipos de problemas existentes. Essa compreensão não apenas permite ao educador escolher desafios alinhados aos objetivos de aprendizado, mas também contribui para a criação de situações que incentivem os alunos a aplicarem habilidades matemáticas de forma significativa. Diferentes categorias de problemas, como problemas de otimização, problemas de modelagem e problemas de raciocínio lógico, exigem abordagens distintas. O domínio dessas variações possibilita ao professor uma seleção criteriosa, promovendo assim um ambiente de aprendizado rico em desafios e estímulos para o desenvolvimento das capacidades analíticas e críticas dos estudantes.

Segundo DANTE (2009) os problemas podem ser do tipo:

Quadro 01: Tipos de problemas de Matemática de acordo com Dante

(continua)

Tipo de problema	**Exemplo**[1]
1. **Problemas-padrão** – Sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo (DANTE, 2009, p. 25).	Na loja Pague Bem, um produto está sendo vendido com desconto de 20%. Se o preço original do produto é de R$ 100, qual será o preço com o desconto aplicado?
2. **Problemas-padrão simples** – são problemas que podem ser resolvidos com uma única operação (DANTE, 2009, p. 25).	Gabriela comprou exatamente 95 bolinhas de gude, que são vendidas em pacotes de 5, 10 e 25 unidades. Qual é a menor quantidade de pacotes que ele pode comprar?
3. **Problemas-padrão composto** – são problemas que podem ser resolvidos com duas ou mais operações (DANTE, 2009, p. 25).	Um comerciante de frutas comprou 360 laranjas para vender e vai embalar as frutas em caixas de 12 unidades, guardando-as em pacotes com três caixas cada uma. Quantos pacotes serão utilizados para embalar todas as laranjas?

Fonte: Elaborado pela autora.

[1] Elaborado pela autora

Quadro 01 – Tipos de problemas de Matemática.

(continuação)

Tipo de problema	Exemplo[2]
4. Problemas-processo ou heurísticos – são problemas cuja solução envolve operações que não estão explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvido pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas-padrão (DANTE, 2009, p. 25).	Ana Júlia está organizando uma festa de aniversário e deseja distribuir as mesas para os convidados de forma a maximizar a interação entre eles. Ela tem um total de 20 convidados e 5 mesas disponíveis. Como Ana Júlia pode organizar os convidados nas mesas de modo que cada convidado se sente ao lado de pessoas que ele ainda não conhece?
5. Problemas de aplicação – são aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situação-problema contextualizada (DANTE, 2009, p. 27).	Um supermercado está oferecendo um desconto de 20% em todos os produtos de limpeza. Se uma pessoa compra um detergente que custa R$ 5,00 e um desinfetante que custa R$ 8,00, qual será o valor total a ser pago com o desconto?
6. Problemas de quebra cabeça – são problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução (DANTE, 2009, p. 28)	Claudinha possui duas peças de quebra-cabeça numeradas, uma com o número 3 e outra com o número 5. O objetivo é colocar essas duas peças de forma que a soma dos números em cada lado seja igual a 8. Como Claudinha pode posicionar as peças de forma que a soma dos números em cada lado seja igual a 8?

Fonte: Elaborado pela autora.

Note que a categorização de problemas delineada por Dante (2009) leva em conta exclusivamente o procedimento de resolução necessário; outras variáveis, como

[2] Elaborado pela autora

potencialidades, grau de dificuldade, quantidade e natureza das soluções, não são abrangidas por essa classificação. Frente aos diversos tipos de problemas apresentados no quadro 01, é válido destacar que, ao selecionar ou elaborar problemas apropriados que promovam uma diversificação e ampliação do raciocínio dos estudantes, é preciso levar em conta não apenas as características que determinam a natureza da resolução, mas também outros aspectos relevantes.

Essa abordagem é defendida por Stancanelli (2001), que diferencia os problemas com base em diversas características específicas. Nesse contexto, ele considera: Problemas sem solução, Problemas com mais de uma solução, Problemas com excesso de dados, Problemas de lógica e Problemas não convencionais. Dado que há distintas categorias de desafios e diversas abordagens para abordar a resolução de problemas em ambientes educacionais, é crucial apresentar uma variedade de problemas aos alunos. Essa diversidade permite orientar os estudantes a empregar diferentes estratégias na solução desses desafios, visando promover um desenvolvimento mais eficaz das habilidades de resolução de problemas.

2.2 – Estratégias para resolver problemas

Embora a Estratégia de Resolução de Problemas possa ser concebida como um conjunto de ideias ou procedimentos que levam à solução de um problema, alguns pesquisadores, as categorizaram como um conjunto de técnicas que orientam sobre como abordar a resolução do problema. Larson (1983) identifica doze Estratégias de Resolução de Problemas. Apesar de ele as denominar de heurísticas, na nossa perspectiva, elas representam, primariamente, o que comumente chamamos de Estratégias de Resolução de Problemas. Segundo Larson, as estratégias incluem: busca por padrões; representação por figuras; formulação de problemas equivalentes; modificação de um problema; escolha de uma notação específica; exploração de simetrias; divisão em casos; retrocesso; argumentação por contradição; busca por paridade; consideração de casos extremos; e generalização.

Entre as estratégias para resolver problemas Posamentier e Krulik (2015) enumera em dez categorias, que são fundamentais para aprimorar as habilidades dos estudantes na abordagem de desafios matemáticos. São elas: Raciocínio Lógico; Reconhecimento de Padrões; Organização dos Dados; Criação de Desenhos ou Representações Visuais; Exploração de Todas as Possibilidades; Trabalho no Sentido Inverso; Adivinhação com Testes Inteligentes; Adoção de um Ponto de Vista Diferente; Resolução de Problemas Análogos Mais Simples; e Consideração de Casos Extremos. Estas estratégias são cuidadosamente integradas em nossa sequência didática, visando proporcionar uma abordagem abrangente e eficaz para o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas dos alunos.

3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Uma proposta de trabalho sobre a resolução de problemas em sala de aula.

Entendemos a Sequência Didática, conforme Zabala (1998), como um roteiro educacional que compreende um conjunto de atividades meticulosamente organizadas, estruturadas e articuladas, com o propósito de atingir objetivos educacionais específicos. Esta abordagem pedagógica pressupõe uma sequência lógica de etapas, que não apenas proporciona clareza ao docente, mas também é transparente para os alunos, estabelecendo um percurso educacional com um início e um término claramente definidos. Nesse contexto, a Sequência Didática visa criar um ambiente de aprendizado engajador e coerente, oferecendo uma trajetória didática compreensível para todos os envolvidos no processo educacional.

A sequência didática desde produto educacional planejada para ser desenvolvida ao longo de 9 encontros de cinquenta minutos cada, destinada a estudantes do nono ano do ensino fundamental. O principal objetivo é desenvolver a capacidade dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, para resolver problemas de Matemática. A partir dessa análise é relevante frisar que, nessa fase, a Professora-Pesquisadora deverá adotar uma postura de intervenção mínima no processo de Resolução de Problemas, limitando-se a observar e encorajar os estudantes.

A seguir, apresentamos um roteiro de atividades que consiste em problemas de Matemática que demandam diferentes estratégias para resolver. É importante ressaltar que este roteiro serve como uma orientação para professores que possam não estar familiarizados com esse tipo de ensino. Portanto, recomendamos que o professor adapte as atividades de acordo com sua realidade e experiência, além de buscar constantemente novos problemas e métodos que possam aprimorar essas estratégias, tornando-a cada vez mais eficaz.

Primeiro Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 1, a seguir:

Problema 1

Fernanda depositou R$850,00 numa aplicação financeira a uma taxa de juros de 2% ao mês, no regime de juros simples. Após 5 meses, qual o valor do rendimento da aplicação de Fernanda? (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 4)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é importante permitir que o aluno tente resolver o problema sem qualquer intervenção do professor, que deve limitar-se a observar o comportamento do estudante e encorajá-lo a prosseguir na resolução da questão.

Etapa 3 - Uma possível solução: Primeiramente, vamos entender o significado de 2% de R$ 850,00. 2% de juros significa juros de R$ 2,00 a cada R$ 100,00 aplicados. Assim, R$ 100,00 aplicados produz juros de R$ 2,00; R$ 200,00 aplicados produz juros de R$ 4,00; R$ 300,00 aplicados produz juros de R$ 6,00 e assim por diante. Com isso, é possível perceber o seguinte padrão: Os juros de um capital podem ser determinados multiplicando o capital pela taxa percentual e dividir por 100 o produto obtido. Com isso, R$ 850,00 produz juros de $(850 \cdot 2) \div 100 = 17$, ou seja, R$ 850,00 produz R$ 17,00 de juros. Observe que a taxa percentual é mensal, logo esses juros referem-se a apenas um mês. Como a capitalização é em juros simples, isto é, juros não produz juros, pode-se perceber que os juros acumulados em 5 meses seriam $17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 5 \cdot 17 = 85$. Portanto o resultado do problema é R$ 85,00. Conclui-se então, que um capital C, a uma taxa percentual i, em um período t, produz juros J, determinados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}.$$

Comentários: A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 1 pode ser resolvido com a estratégia Busca por Padrão, ou pelo menos, que ela possa ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. A princípio, não se espera que os estudantes resolvam da maneira proposta, porém espera-se que eles percebam padrões existentes no conteúdo trabalhado e que eles possam usá-los para ajudar no processo de resolução. Gostaríamos de observar também que esse processo pode tornar a aula mais significativa, pois a percepção de padrões pode ser utilizada na formalização de procedimentos e de fórmulas matemáticas. Com isso, ao invés do professor apresentar a fórmula para os alunos, ele leva os estudantes a conceberem essa fórmula.

Segundo Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema 2: Neste momento o professor deverá apresentar o problema 2 para a turma.

Problema 2[3]

Zezinho das Couves abriu uma caderneta de poupança no Banco Roubo Certo e depositou R$12.000,00. Considerando que a taxa da caderneta de poupança era de 2,5% a.m., com juros simples. Ao final de 7 meses, quanto Zezinho tinha no banco?

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é crucial proporcionar ao estudante a oportunidade de tentar solucionar o problema por si só, enquanto o papel do professor se limita a observar o progresso do aluno e encorajá-lo a abordar a resolução da questão.

Etapa 3 - Uma possível solução: Inicialmente, faremos uma elucidação sobre o significado de 2,5% de R$ 12.000,00. 2,5% de juros significa R$ 2,50 a cada R$ 100,00 aplicados, que é equivalente a juros de R$ 5,00 a cada R$ 200,00 aplicados. Com isso, R$ 200,00 aplicados gera um juro de R$ 5,00; R$ 400,00 aplicados produz juros de R$ 10,00; R$ 600,00 aplicados produz juros de R$ 15,00 e assim por diante. Logo, é possível perceber o seguinte padrão: Os juros de um capital podem ser determinados por meio da centésima parte do produto do capital aplicado pela taxa percentual. Com isso, R$ 12.000,00 produz juros de $(12.000 \cdot 2,5) \div 100 = 300$, ou seja, R$ 12.000,00 produz R$ 300,00 de juros. Observe que a taxa percentual é mensal, logo esses juros referem-se apenas um mês. Como a capitalização é em juros simples, isto é, juros não produz juros, pode-se perceber que os juros acumulados em 7 meses seriam $300 + 300 + 300 + 300 + 300 + 300 + 300 = 7 \cdot 300 = 2.100$. Diante disso, o juro acumulado no período em

[3] Elaborado pela autora.

que foi aplicado é de R$ 2.100,00. De maneira geral, um capital C, a uma taxa percentual i, em um período t, produz juros J, determinados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}.$$

Infere-se, portanto, que para determinar o Montante que Zezinho tinha no banco ao final do período é R$ 12.000,00 + R$ 2.100,00 = R$ 14.100,00, tendo sua determinação através da formulado do montante que é dada por:

$$M = C + J = C + \frac{C \cdot i \cdot t}{100} = \frac{C\,(1 + i.t)}{100}.$$

Comentários

Nesse problema, apesar do objetivo ser desenvolver habilidade do aluno, ou seja, ensina-lo a resolver problemas por meio de estratégias, neste caso, a de Busca por Padrão, intenciona-se também utilizar a estratégia para levar o aluno a conceber conceitos importantes do conteúdo Matemática Financeira, como o significado de taxa percentual de juros e de onde se originam as fórmulas para o cálculo de juros e de montante. A priori, não é esperado que todos os estudantes consigam perceber os padrões descritos na solução apresentada. Como já enfatizamos, nesta pesquisa buscaremos entender como os estudantes reagem diante de um problema. É possível que esse problema seja resolvido de outra maneira, com o uso de outra estratégia, ou até mesmo de maneira mecanizada, ou seja, por meio de alguma fórmula ou procedimento que o estudante já aprendeu anteriormente. Neste caso, por meio de questionamentos, a Professora-Pesquisadora, em um momento oportuno, buscará fazer com que o estudante reflita sobre o processo que ele utilizou para resolver o problema e perceba a necessidade de, sempre que possível, apresentar uma justificativa para sua resolução. Ressaltamos que ainda neste momento a professora pesquisadora fará um mínimo de interferência possível no processo de Resolução de Problemas, ou seja, ela deverá apenas observar e ajudar o estudante a entender o problema proposto, porém posteriormente este problema será retomado, dessa vez com uma discussão coletiva a respeito da aplicação da estratégia mencionada.

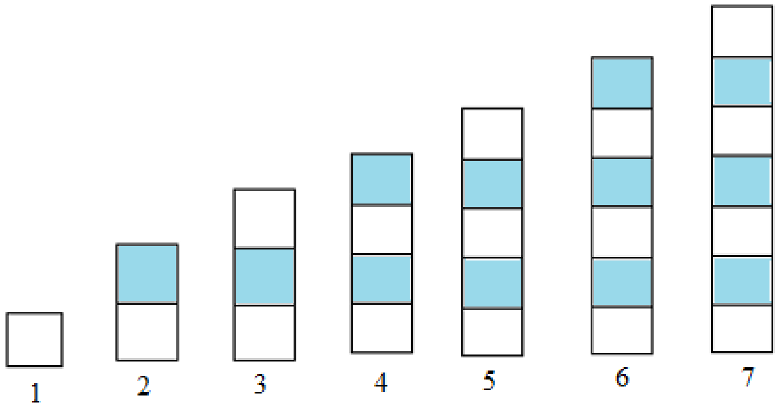
Terceiro Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema 3: Agora é o momento adequado para que o professor introduza o terceiro problema perante a turma.

Problema 3[4]

Considere a sequência de figuras:

Figura 1 - Sequência de quadrados



Fonte: Elaborado pela autora

Supondo que a regularidade observada na formação dessa sequência permaneça a mesma, determine o número de quadrados brancos nas figuras de número 132 e 201.

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é fundamental permitir que o estudante tente resolver o problema sem a intervenção direta do professor. O papel do professor deve ser observar o comportamento do estudante atentamente e motivá-lo a engajar-se na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Observe que cada linha de debaixo para cima, sempre tem quadrinhos da mesma cor, por exemplo: A primeira linha é composta apenas por quadrados brancos. A segunda linha alterna entre quadrados brancos e pretos. A terceira linha é composta apenas por quadrados brancos novamente. Esse padrão continua alternando entre linhas com quadrados brancos e linhas de quadrados pretos. Observe também que as figuras que tem

[4] Elaborado pela autora.

números pares, possuem a mesma quantidade de quadrados pretos e quadrados brancos. Outro padrão seria em relação ao número de quadrados em cada figura, ou seja, figura 1: um quadrado, figura 2: dois quadrados, figura três: três quadrados, e assim por diante, então na figura 132 temos 132 quadrados. Como 132 é par, temos 66 brancos e 66 pretos. Nos ímpares sempre tem um quadrado branco a mais, então na figura 200 eu tenho 100 brancos e 100 pretos, logo na 201 eu teria um branco a mais, ou seja, 100 + 1 = 101 quadrados brancos.

Comentários: É imprescindível ressaltar que não se espera que todos os estudantes sejam capazes de identificar os padrões mencionados na solução apresentada. É possível que os estudantes abordem o problema de maneiras distintas, utilizando estratégias diversas ou até mesmo aplicando fórmulas ou procedimentos automatizados que já tenham aprendido anteriormente. Nessas circunstâncias, a Professora-Pesquisadora empregará questionamentos para estimular os estudantes a refletirem sobre o processo empregado para solucionar o problema e a reconhecerem a importância de justificarem suas respostas sempre que possível. É relevante frisar que, nessa fase, a Professora-Pesquisadora adotará uma postura de intervenção mínima no processo de Resolução de Problemas, limitando-se a observar e encorajar os estudantes. Posteriormente, o problema será revisado em uma discussão coletiva, fomentando uma reflexão conjunta acerca da aplicação da estratégia mencionada

Quarto Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nesse instante, o professor deve introduzir o problema 4 à turma.

Problema 4[5]

Três irmãos estão discutindo sobre suas idades. Suas idades somadas resultam em 27 anos. O mais velho afirma ser o dobro da idade do irmão do meio, enquanto o irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um dos três irmãos?

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Durante esta fase, é importante permitir que o aluno tente resolver o problema sem intervenção do professor, que deve apenas observar o comportamento do estudante e motivá-lo a trabalhar na solução da questão.

[5] Elaborada pela autora

Etapa 3 - Uma possível solução: Para resolver esse problema, podemos começar atribuindo variáveis às idades dos irmãos e usar o raciocínio lógico para determinar as relações entre elas. A soma das idades deve ser igual a 27 anos. Com isso podemos chamar as idades dos três irmãos de A, B e C, respectivamente de:

Expressão 1: A soma das idades dos três irmãos é 27: $A + B + C = 27$.

Expressão 2: O irmão mais velho afirma ter o dobro da idade do irmão do meio: $A = 2B$.

Expressão 3: O irmão do meio afirma ser o triplo da idade do mais novo: $B = 3C$.

Agora, podemos substituir as expressões (2) e (3) na expressão (1) para encontrar a idade dos irmãos:

$A + B + C = 27$ Substituindo $A = 2B$ e $B = 3C$, temos:

$$2B + 3C + C = 27$$

$$2B + 4C = 27$$

Agora, podemos usar a estratégia de tentativa e erro para encontrar a combinação de números inteiros que satisfaça essa equação. Vamos começar com $B = 5$ e $C = 2$:

$$2(5) + 4(2) = 10 + 8 = 18 \text{ (não é igual a 27)}$$

Podemos tentar outra combinação: $B = 9$ e $C = 3$:

$$2(9) + 4(3) = 18 + 12 = 30 \text{ (não é igual a 27)}$$

Por tentativa e erro, podemos encontrar que $B = 6$ e $C = 2$, que satisfazem a equação:

$$2(6) + 4(2) = 12 + 8 = 20$$

Agora, podemos substituir o valor de $B = 6$ na equação (2) para encontrar A:

$$A = 2B = A = 2\,(6)$$

$$A = 12$$

Portanto, as idades dos três irmãos são: A = 12, B = 6 e C = 2. O irmão mais velho tem 12 anos, o irmão do meio tem 6 anos e o irmão mais novo tem 2 anos. Este é um problema de matemática fácil que requer raciocínio lógico para determinar a idade dos três irmãos.

Comentários

A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 4 pode ser resolvido com a estratégia Raciocínio Lógico, ou pelo menos, que ela possa ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. É importante observar que existem várias maneiras de resolver problemas e diferentes estratégias podem ser empregadas pelos estudantes. Ao apresentar esse problema com o raciocínio lógico, espera-se que os estudantes percebam as conexões lógicas entre os elementos do problema e que possam utilizá-las para auxiliar no processo de resolução. Além disso, acredita-se que essa abordagem possa tornar a aula mais significativa, pois os estudantes podem desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos e aplicar o raciocínio lógico em outros contextos. Assim, observar as reações dos estudantes diante desse problema pode fornecer informações valiosas sobre sua capacidade de raciocínio e sua compreensão do conteúdo trabalhado. No entanto, é importante lembrar que os estudantes podem abordar o problema de maneiras diferentes e que outras estratégias também podem ser eficazes. A variedade de estratégias e soluções pode enriquecer a discussão em sala de aula e fornecer uma oportunidade para os estudantes compartilharem seus diferentes pontos de vista.

Quinto Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 5, a seguir:

Problema 5[6]

Três amigos (Huguinho, Zezinho e Luisinho) estão participando de uma competição de quebra-cabeças. Cada um deles resolveu um quebra-cabeça diferente e conseguiu um tempo diferente para concluir. (Quebra cabeça 1, quebra cabeça 2 e quebra cabeça 3).

Informação 1 - O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido.

Informação 2 - Zezinho terminou antes de Luisinho.

Descubra a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu.

[6] Elaborado pela autora

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nessa fase, é fundamental que o estudante tenha a oportunidade de tentar resolver o problema sem a intervenção direta do professor. O professor deve desempenhar o papel de observador, limitando-se a analisar o comportamento do estudante e encorajando-o a se engajar na resolução do problema

Etapa 3 - Uma possível solução: Podemos resolver esse problema utilizando a estratégia de Raciocínio Lógico. Primeiro vamos analisar as informações fornecidas. O tempo de Huguinho foi o segundo mais rápido. Isso significa que Huguinho não terminou em primeiro lugar, mas também não terminou em último lugar. Portanto, ele está na posição do meio. Zezinho terminou antes de Luisinho. Zezinho não terminou em último lugar, o que significa que ele está na posição do meio ou em primeiro lugar. Como Huguinho está na posição do meio, Zezinho deve estar em primeiro lugar. Agora, temos Zezinho em primeiro lugar. Vamos atribuir os quebra-cabeças a cada pessoa:

- Zezinho: Quebra-cabeça 1

Agora, resta determinar a posição de Huguinho e Luisinho. Como Huguinho está na posição do meio e Zezinho está em primeiro lugar, Luisinho deve estar em último lugar.

- Luisinho: Quebra-cabeça 3

Isso significa que Huguinho está na posição do meio e resta apenas um quebra-cabeça disponível.

- Huguinho: Quebra-cabeça 2

Agora temos a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu:

Zezinho - Quebra-cabeça 1, Huguinho - Quebra-cabeça 2 e Luisinho - Quebra-cabeça 3. Essa é a solução do problema, com Zezinho terminando em primeiro lugar, Huguinho em segundo lugar e Luisinho em terceiro lugar, cada um resolvendo um quebra-cabeça diferente.

Comentários

Observe, que uma possível solução apresentada, para o Problema 5, demonstrou como o Raciocínio Lógico foi aplicado para determinar a ordem em que os amigos terminaram e qual quebra-cabeça cada um resolveu. Esse exemplo ilustra como a estratégia de Raciocínio Lógico pode ser utilizada para abordar problemas de lógica, levando em consideração as relações no enunciado. Sendo assim, é importante ressaltar que existem diferentes formas de resolver problemas, e outras estratégias também podem ser aplicadas, dependendo do contexto e das características do problema em questão. O Raciocínio Lógico é apenas uma das estratégias possíveis e pode ser combinado com outras estratégias para obter uma solução eficiente e precisa.

Sexto Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 6, a seguir:

Problema 6

"Na Rua das Cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura." (OBMEP, 2018, p. 4)

Figura 2 - Imagem que representa o problema 6

Fonte: OBMEP 2018

• As casas vermelha e verde são vizinhas.

• As casas amarela e azul também são vizinhas.

• A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.

• A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta fase, é crucial proporcionar ao estudante a oportunidade de tentar resolver o problema sem a intervenção do professor. O professor deve desempenhar o papel de observador, limitando-se a analisar o comportamento do estudante e incentivando-o a se dedicar à resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: A casa rosa não pode estar em uma das duas pontas da rua pois ela possui duas vizinhas e as casas dos extremos (1 e 5) só possuem uma casa vizinha. A casa rosa também não pode ser a casa 2 pois, já que as casas azul e verde são suas vizinhas, então: Se a casa 1 for azul, a casa amarela não poderia ser vizinha da azul, o que contraria o enunciado. Se a casa 1 for verde, a casa vermelha não poderia ser vizinha da casa verde, o que também contraria o enunciado. A mesma maneira de pensar nos mostra que a casa rosa também não pode ocupar a casa de número 4. Logo, a casa rosa é a central, a de número 3. Como as casas azul e verde são vizinhas da rosa, há duas possibilidades para o ordenamento das casas:

1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha ou

1 – vermelha, 2 – verde, 3 – rosa, 4 – azul, 5 – amarela

Como a casa 5 não pode ser a amarela, as casas estão dispostas na seguinte ordem:

1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha e, portanto, a casa de número 4 tem cor verde.

Figura 3 - Ordenamento das casas

Fonte: OBMEP 2018

Comentários

Ao tentarem resolver o problema 6, os estudantes terão a oportunidade de aplicar o raciocínio lógico, buscando identificar padrões, relações e lógica subjacentes aos elementos do problema. A Professora-Pesquisadora estará atenta para observar se os estudantes utilizam o raciocínio lógico, se conseguem identificar padrões relevantes, se fazem suposições e testam suas hipóteses, e como se envolvem no processo de resolução do problema. Com base nessas observações, a Professora-Pesquisadora poderá coletar evidências sobre a apropriação dos estudantes em relação à estratégia de raciocínio lógico. Isso inclui verificar se os estudantes utilizam o raciocínio lógico de maneira apropriada, se conseguem identificar e aplicar padrões relevantes para a resolução do problema, se são capazes de generalizar as ideias aprendidas e se demonstram compreensão do processo de resolução de problemas baseado em raciocínio lógico. Essa avaliação permitirá à Professora-Pesquisadora analisar o progresso dos estudantes em relação à estratégia de raciocínio lógico, identificar possíveis desafios e planejar intervenções pedagógicas adequadas para apoiar o desenvolvimento das habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas dos estudantes.

Sétimo Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema: Nessa etapa, o professor deverá propor o Problema 7, a seguir:

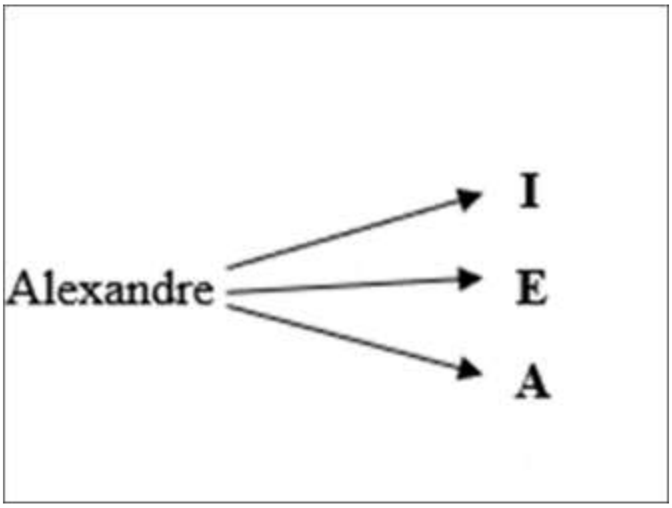
Problema 7

Alexandre é um grande executivo. Para melhorar ainda mais suas chances no mercado, ele vai fazer um curso em que terá de escolher dois idiomas para estudar. Um deles deve ser escolhido entre inglês, espanhol e alemão. Já o outro deverá ser escolhido entre mandarim e hindi. De quantas maneiras diferentes Alexandre pode fazer sua escolha? (ÁTILA A. D. AZEVEDO; DAVIS ALVES; ELIZIÊ MONTEIRO, 2023, p. 5)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Neste ponto, é essencial permitir que o aluno tente resolver o problema sem intervenção direta do professor. O professor deve atuar como observador, acompanhando o progresso do aluno e incentivando-o a se empenhar na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Para resolver esse problema, podemos utilizar a estratégia Fazer um Desenho ou Representação Visual representando o problema 7 por um diagrama de árvore como o descrito a seguir. Para a primeira escolha, Alexandre tem 3 opções: inglês (I), espanhol (E) ou alemão (A).

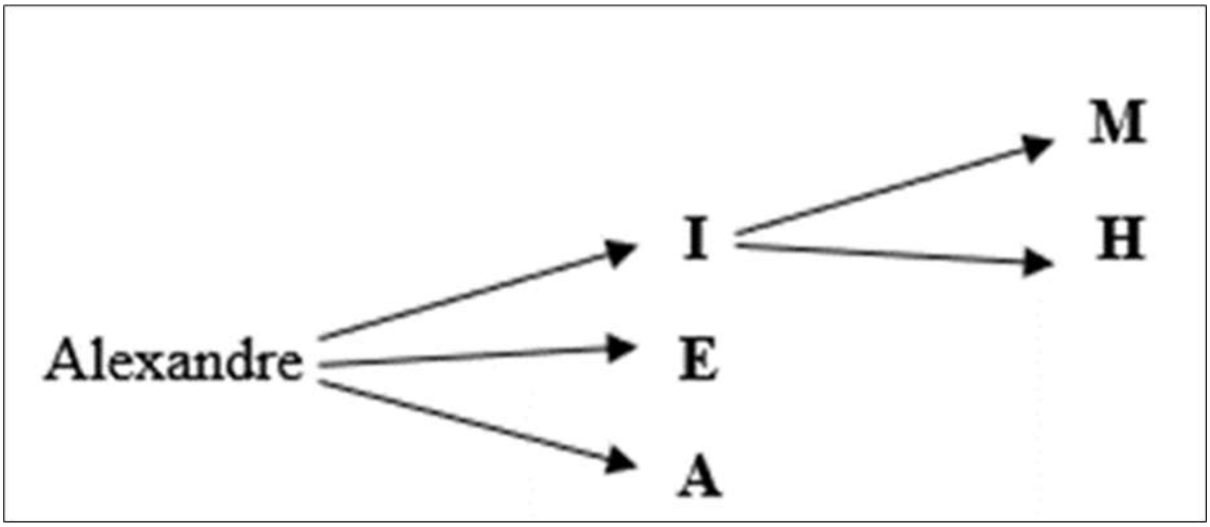
Figura 4: Primeira combinação de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Caso tenha escolhido inglês como primeira opção, sua segunda escolha pode ser mandarim (M) ou hindi (H).

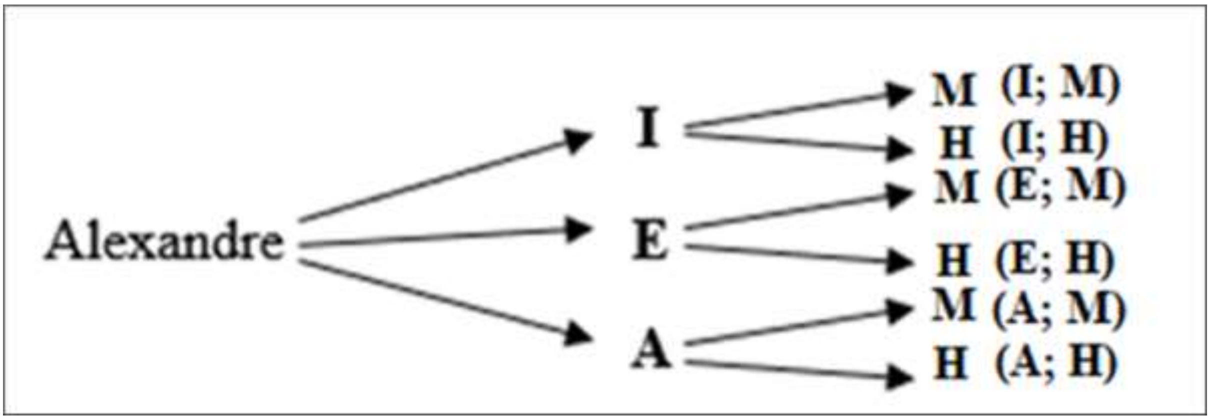
Figura 5 - Outras combinações de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Se a primeira escolha for espanhol ou alemão, teremos um raciocínio análogo. Então:

Figura 6: Todas as possibilidades de escolha de idiomas



Fonte: Elaborado pela autora

Logo, Alexandre terá 6 opções de escolha. Outro modo de resolver esse problema é observarmos que, para cada escolha feita por Alexandre como primeira opção, ele poderá fazer duas escolhas para a segunda opção. O total de modos de escolher os idiomas será, então, 2 + 2 + 2 ou 3 · 2 = 6 modos, uma vez que ele tem 3 opções para fazer a primeira escolha e duas opções para fazer a segunda.

Comentários

Durante a resolução do problema 7, a Professora-Pesquisadora observará atentamente a forma como os estudantes utilizam a estratégia de desenho ou representação visual. Serão observados aspectos como a clareza e precisão das representações, a capacidade dos estudantes de extrair informações relevantes das visualizações, e como essas representações contribuem para a compreensão e solução do problema. A partir dessas observações, a Professora-Pesquisadora irá coletar evidências sobre a apropriação dos estudantes em relação à estratégia de desenho ou representação visual. Será verificado se os estudantes conseguem utilizar essa estratégia de forma eficaz, se são capazes de traduzir informações matemáticas em representações visuais adequadas, e se demonstram compreensão dos benefícios dessa abordagem para a resolução de problemas. Observe que o uso de desenhos ou representações visuais é uma estratégia eficaz para muitos estudantes na resolução de problemas, pois facilita a compreensão das informações, a visualização de padrões e a contagem de possibilidades. Essa estratégia também pode ajudar a desenvolver habilidades de visualização e raciocínio espacial, além de tornar o processo de resolução mais envolvente e intuitivo para alguns estudantes.

Oitavo Encontro

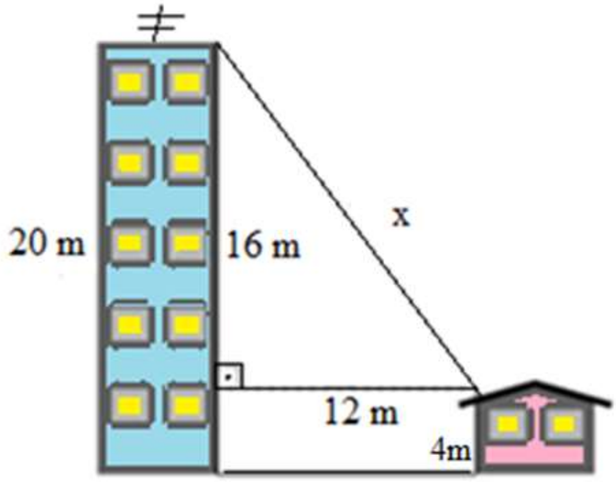
Etapa 1 - Apresentação do problema:

Problema 8
Joãozinho estava empinando pipa quando sua linha ficou presa no topo de um prédio de 20 m de altura e no telhado de uma casa ao lado, a 4 m de altura. Considerando que o terreno é horizontal e sabendo que a distância entre a casa e o prédio é de 12 metros, **DETERMINE** o comprimento da linha da pipa de Joãozinho. (ALVES; MONTEIRO; MELO, 2022, p. 93)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta etapa, é fundamental permitir que o estudante tente resolver o problema sem a intervenção direta do professor. O professor deve atuar apenas como observador, observando o comportamento do estudante e motivando-o a se empenhar na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Podemos desenhar um retângulo para representar o prédio de 20 metros de altura e um retângulo menor para representar a casa de 4 metros de altura. Em seguida, desenhamos uma linha que representa a linha da pipa ligando o topo do prédio ao telhado da casa, com uma inclinação. Em nosso desenho, marcamos a distância de 12 metros entre a casa e o prédio. Agora, podemos identificar que o comprimento da linha da pipa é igual à hipotenusa de um triângulo retângulo formado pelas alturas do prédio e da casa, juntamente com a distância horizontal entre eles.

Figura 7: Representação por desenho do problema 8



Fonte: Elaborado pela autora

Podemos considerar x o comprimento da linha da pipa de Joãozinho. A fórmula do Teorema de Pitágoras é: onde c é a hipotenusa e a e b são os catetos. No nosso caso, a distância entre o prédio e a casa é o cateto a (12 metros) e a linha da pipa é a hipotenusa (comprimento que queremos descobrir). O cateto b é a diferença de altura entre o prédio e a casa (20 metros - 4 metros = 16 metros). Logo, em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa, ou seja,

$$x^2 = 12^2 + 16^2$$
$$x^2 = 144 + 256$$
$$x^2 = 400$$
$$x = \sqrt{400}$$
$$x = 20\ m.$$

A altura do prédio é maior que a altura da casa e a distância entre eles é de 12 metros, o que indica que a linha da pipa precisa ter um comprimento maior que essas medidas. Assim, a resposta de 20 metros é coerente com o problema apresentado. Portanto, o comprimento da linha da pipa de Joãozinho é de 20 metros.

Comentários

A estratégia de representação visual ou desenho é uma abordagem poderosa para resolver problemas, como mostrado. Ao utilizar essa estratégia, os estudantes podem criar um diagrama ou desenho que representa a situação do problema de forma visualmente clara. No caso desse problema, desenhar o prédio, a casa e a linha da pipa permite aos estudantes visualizar as medidas envolvidas e as relações entre elas. O uso de formas geométricas e linhas ajuda a ilustrar o triângulo formado pela linha da pipa, a altura do prédio e a distância horizontal entre a casa e o prédio. Com a proposta do desenho, os estudantes podem identificar facilmente que o comprimento da linha da pipa é a hipotenusa do triângulo retângulo formado. O uso da estratégia de representação visual ou desenho nesse problema não apenas ajuda os estudantes a visualizar a situação de maneira mais concreta, mas também estimula o pensamento espacial e o raciocínio visual. Permite que os estudantes explorem o problema de forma mais engajada e intuitiva, facilitando a compreensão e a resolução do desafio proposto. Em resumo, o uso da estratégia de representação visual ou desenho nesse problema proporciona uma abordagem visualmente estimulante e envolvente para resolver o desafio, permitindo que os estudantes explorem o problema de maneira mais concreta e desenvolvam habilidades cognitivas importantes.

Nono Encontro

Etapa 1 - Apresentação do problema:

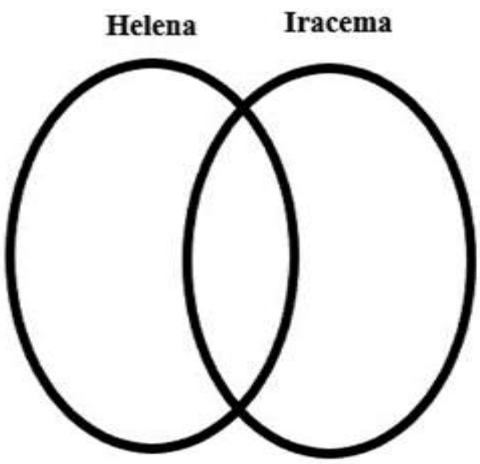
Problema 9

Um professor de Língua portuguesa sugeriu em uma sala de aula a leitura dos livros Helena, de Machado de Assis, e Iracema, de José de Alencar. Vinte alunos leram Helena, 15 leram só Iracema. 10 leram os dois livros e 15 não leram nenhum deles. Qual é o número de alunos nessa sala? (DANTE, 2016, p. 32)

Etapa 2 - Acompanhar o comportamento dos estudantes: Nesta etapa, é importante permitir que o estudante tente resolver o problema sem a interferência do professor. O papel do professor deve ser apenas observar o comportamento do estudante e incentivá-lo a trabalhar na resolução do problema.

Etapa 3 - Uma possível solução: Com base nas informações contidas no texto, é possível determinar a existência de dois conjuntos: o conjunto dos livros "Helena" de Machado de Assis e o conjunto dos livros "Iracema" de José de Alencar. Para a resolução desse problema, será utilizado o diagrama de Venn para ilustrar as operações de união, interseção e diferença entre conjuntos. Dados dois conjuntos: Helena e Iracema como mostra a seguir:

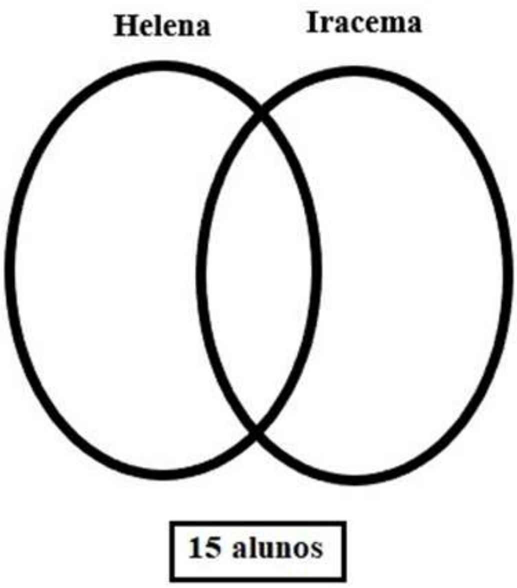
Figura 8 - Representação visual dos conjuntos Helena e Iracema pelo diagrama de Venn



Fonte: Elaborado pela autora

Realizando a distribuição dos valores, seguiremos com a seguinte disposição: primeiramente, vamos considerar a informação de que "15 alunos não leram nenhum dos dois livros". Esse valor será representado fora dos dois conjuntos, indicando que esses 15 alunos não pertencem a nenhum dos conjuntos, como mostrado a seguir:

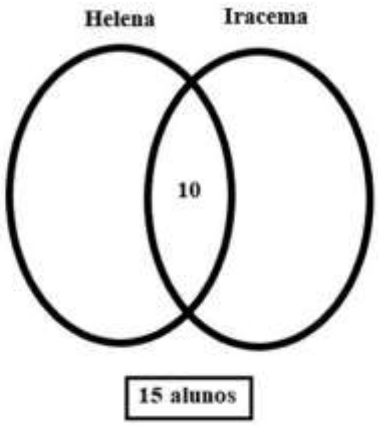
Figura 9: Representação dos alunos que não pertencem a nenhum dos conjuntos



Fonte: Elaborado pela autora

Em seguida, o texto menciona que "10 alunos leram os dois livros", o que indica a existência de uma interseção entre os dois conjuntos, pois há alunos que leram tanto o livro Helena quanto o livro Iracema. Isso pode ser ilustrado da seguinte forma:

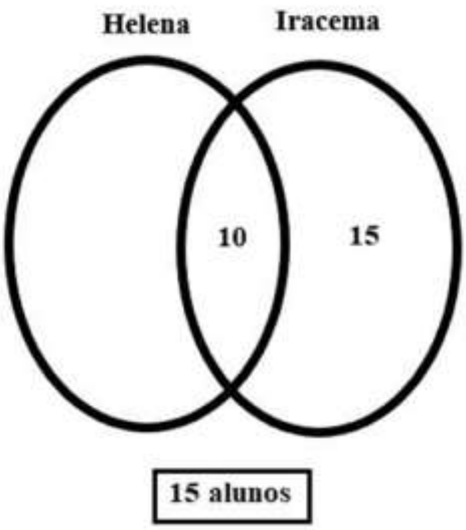
Figura 10: Representação da interseção dos conjuntos Helena e Iracema



Fonte: Elaborado pela autora

Posteriormente, foi mencionado que 15 alunos leram apenas o livro Iracema, ou seja, eles não pertencem ao conjunto dos alunos que leram o livro Helena. Podemos representar essa informação da seguinte maneira:

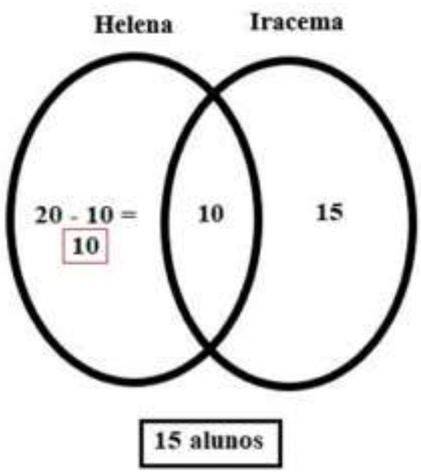
Figura 11: Representação dos alunos que pertencem apenas ao conjunto de Iracema



Fonte: Elaborado pela autora

Diante disso, a última informação fornecida pelo texto foi que "20 alunos leram Helena". Embora não tenha sido especificado se esses alunos leram apenas Helena ou também leram Iracema, podemos considerar que esses 20 alunos pertencem ao conjunto dos leitores de Helena. Assim, podemos representar essa informação da seguinte maneira:

Figura 12: Representação dos alunos que leram somente o livro Helena



Fonte: Elaborado pela autora

Dessa forma, o número total de alunos na sala de aula é a soma dos elementos de todos os conjuntos, juntamente com os 15 alunos que não pertencem a nenhum dos conjuntos mencionados. Sendo assim, a soma que resultará no número total de alunos é: 10 + 10 + 15 + 15 = 50. Portanto, conclui-se que o número de alunos na sala é de 50.

Comentários

A possível solução apresentada foi feita para mostrar que o problema 9 pode ser resolvido com a estratégia de desenho ou representação visual, ou pelo menos, que essa estratégia pode ser utilizada para auxiliar no processo de resolução desse problema. A princípio, não se espera que os estudantes resolvam da maneira proposta, ou que achem uma solução, porém espera-se que eles percebam a utilidade da representação visual ao lidar com outras situações existentes no conteúdo trabalhado.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Produto Educacional foi concebido com o objetivo de oferecer uma abordagem inovadora para o ensino de Matemática, centrada na resolução de problemas. Buscamos proporcionar aos professores uma ferramenta que não apenas promova o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes, mas também estimule o pensamento crítico e a resolução autônoma de desafios. Ao criar essa Sequência Didática, nosso objetivo principal é fornecer aos educadores uma estrutura flexível e adaptável, capaz de ser integrada de forma eficaz em diferentes contextos escolares. Desejamos inspirar professores a incorporar essa abordagem em suas práticas pedagógicas, reconhecendo a resolução de problemas como um catalisador para a construção do conhecimento matemático de forma significativa. Acreditamos que, ao centrar-se na resolução de problemas, os educadores poderão promover um ambiente de aprendizado mais dinâmico e significativo para os alunos.

Além disso, temos a expectativa de motivar os professores a adotarem propostas similares para a elaboração de ferramentas pedagógicas, reconhecendo que a resolução de problemas não apenas desafia os estudantes, mas também contribui para o desenvolvimento de habilidades. Acreditamos que esta abordagem pode inspirar inovações no processo de ensino-aprendizagem.

Ao considerar a flexibilidade da Sequência Didática apresentada, acreditamos que ela pode ser adaptada ou reformulada para atender às diversas necessidades que surgem frequentemente dentro da realidade de cada turma e de cada escola. Dessa forma, proporcionamos uma base sólida para personalização e contextualização, tornando o ensino mais alinhado às particularidades de cada ambiente educacional. Por fim, ressaltamos que esta Sequência Didática é uma proposta inicial, destinada a servir como fonte de inspiração para outros educadores e pesquisadores comprometidos com a constante busca por melhorias no campo da Educação Matemática. Ao compartilhar experiências e insights, esperamos contribuir para o aprimoramento contínuo do ensino de Matemática e promover um ambiente educacional mais enriquecedor para todos os envolvidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, D.; MONTEIRO, E.; MELO, J. A. DE. **Coleção Ensino Fundamental 9° Ano**. Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2022. v. 4

AZEVEDO, Á. A. D.; ALVES, D.; MONTEIRO, E. **Bernoulli Matemática 8 º Ano**. [s.l.] Bernoulli Sistema de Ensino, 2023. v. 3

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: Teoria e prática. 1. ed. São Paulo: ática, 2009

DANTE, L. R. **Matemática Contexto e Aplicações**. 3. ed. [s.l.] Ática, 2016. v. 3

MASSUCATO, Muriele E MAYRINK, Eduarda Diniz. **Nova Escola Gestão, 2015:** Qual a diferença entre problema e exercício? (gestaoescolar.org.br) Disponível em: https://gestaoescolar.org.br/conteudo/1504/qual-a-diferenca-entre-problema-e-exercicio. Acesso em: 28 de out. de 2021.

OBMEP. **Olimpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. , 2018. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1Pq5kKyXBkZq-XvQdVeeFaeyIw_KuIbHh/view> Acessado em: Abril de 2023.

POSAMENTIER, A. S.; KRULIK, S. **Problem-solving strategies in mathematics**. Singapura: World Scientific, 2015.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. year book. Reston-VA: NCTM-National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

STANCAELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para entender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2011, p.103-116.

ZABALA, A. **A Prática Educativa**: Como educar. Porto Alegre, 1998